

**Curso Virtual**

**Desarrollo de competencias matemáticas para el refuerzo escolar**

Nivel Secundaria - Matemática



**Unidad 1**

Desarrollo de competencias matemáticas

**Sesión 1**

Enfoque del área de Matemática para el desarrollo de competencias



Rosendo Leoncio Serna Román  
**Ministro de Educación del Perú**

Walter Alberto Hernández Alcántara  
**Viceministro de Gestión Pedagógica**

Jesús Carlos Medina Siguas  
**Viceministro de Gestión Institucional**

Rosario Esther Tapia Flores  
**Secretaría general**

Edgardo Romero Poma  
**Dirección General de Desarrollo Docente**

Denis Lourdes Arce Vizcarra  
**Dirección de Formación Docente en Servicio**

**Nombre del fascículo:** Enfoque del área de Matemática para el desarrollo de competencias  
**Año de publicación:** 2022

**Ministerio de Educación del Perú**  
Calle del Comercio 193, San Borja  
Lima, Perú. Teléfono 615-5800  
[www.minedu.gob.pe](http://www.minedu.gob.pe)

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este fascículo por cualquier medio, total o parcialmente, sin la correspondiente cita.





## Situación retadora

Fernando es un docente de Matemática de 2do de secundaria y sus estudiantes le han comentado sobre un proyecto que tienen los padres y madres de familia para organizarse y mejorar algunos aspectos básicos de la infraestructura del colegio. Camila, una de sus estudiantes, ha mencionado que su papá le comentó que el proyecto busca pintar algunos salones y pizarras, arreglar los tableros de varias carpetas, adquirir o reparar los tachos de basura y los recipientes de agua de los baños, entre otras cosas. En el aula se ha producido un diálogo sobre la importancia de organizarse para mejorar los espacios de aprendizaje de las y los estudiantes y brindar generosamente su tiempo, algunos recursos y diversos aportes con el fin de alcanzar un bien común.

Fernando le comenta esta situación a su colega Carmen, docente de Matemática de Zero de secundaria. Frente al interés de los estudiantes en este proyecto de los padres y madres de familia, ambos se preguntan si sería conveniente coordinar con ellas y ellos para involucrar a los estudiantes en el proyecto que están realizando.

Es este diálogo, Carmen menciona que sus estudiantes necesitan refuerzo escolar, en especial, en las competencias “Resuelve problemas de cantidad” y “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” ya que en sus evaluaciones diagnósticas se ha evidenciado que el contexto de la pandemia abrió brechas más profundas en esas dos competencias. Fernando se siente identificado con lo que dice Carmen pues sucede lo mismo en su aula.

Ambos deciden aprovechar esta situación para plantear una Experiencia de Aprendizaje que permita a sus estudiantes apoyar a los padres y madres de familia en el cálculo de áreas a pintar, medir superficies de carpetas a cambiar, calcular costos de materiales, decidir las mejores ofertas, elaborar algunos presupuestos, etc.





Con base en esta situación, te invitamos a reflexionar a partir de las siguientes preguntas correspondientes a cada una de las sesiones de este curso.

### Sesión 1: Enfoque del área de Matemática para el desarrollo de competencias

¿De qué manera aplicarías el enfoque del área para desarrollar competencias en los estudiantes? Ejemplifica con el desarrollo de una actividad bajo el enfoque del área.

### Sesión 2: Desarrollo de la competencia Resuelve problema de cantidad

¿De qué manera la competencia **Resuelve problemas de cantidad** permite a los estudiantes aportar en la elaboración de un presupuesto y en la toma de decisiones para las compras y gastos?

### Sesión 3: Desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

¿De qué manera la competencia **Resuelve problema de forma, movimiento y localización** permite a los estudiantes calcular diversas medidas de las superficies a reparar, pintar o cambiar, así como en el cálculo de volúmenes o capacidades de recipientes para agua o para desechos, en la institución educativa?

#### Producto

Actividad de Aprendizaje para la atención diferenciada que promuevan el desarrollo de las competencias de las y los estudiantes- área Matemática, considerando el uso de los materiales educativos de la estrategia nacional de refuerzo Escolar, de acuerdo a los resultados de la evaluación diagnóstica.





## Unidad 1

### Desarrollo de competencias matemáticas

## Sesión 1

### Enfoque del área de Matemática para el desarrollo de competencias



#### a. Sensibilización

¡Bienvenida y bienvenido a la primera sesión del curso!  
Iniciemos esta sesión leyendo el siguiente diálogo entre dos docentes de Matemática.

Hoy he encontrado una situación interesante en la que las y los estudiantes necesitan aprender a calcular el volumen de cilindros y esferas, para resolverla. La usaré para mi próxima EdA.



¡Que bien, Rosa! Buscar situaciones que generen aprendizajes matemáticos a veces me quita tiempo y me pregunto si vale la pena tanto esfuerzo. Me gustaría centrarme más en los conocimientos y dejar las situaciones para después.



Te entiendo, Carlos. Desarrollar competencias en los estudiantes es un reto para los docentes. En especial, porque a nosotros no nos enseñaron de esa forma. Pero, ¿no crees que vale la pena el esfuerzo cuando observas que tus estudiantes son capaces de interpretar y solucionar situaciones de su entorno usando la Matemática?



Tienes razón, Rosa. Cuando eso pasa, me anima saber que aquello que les enseño es útil para sus vidas.





Luego de la lectura, te invitamos a recordar si hay momentos en que has sentido algo similar a Carlos. Reflexiona sobre ello, a partir de las siguientes preguntas:

- ¿Qué preocupaciones te surgen cuando planificas y realizas actividades de aprendizaje para desarrollar las competencias matemáticas de tus estudiantes? ¿Cómo las superas?
- ¿Qué te motiva a seguir esforzándote por mejorar tu práctica pedagógica para el desarrollo de las competencias matemáticas de tus estudiantes?

## b. Experiencia práctica

Bajo el enfoque de competencias, nuestra práctica docente consiste en aprovechar situaciones reales en las que las y los estudiantes pueden involucrarse para movilizar y desarrollar sus competencias. Sin embargo, estas situaciones deben estar bien diseñadas de modo que de ellas puedan desprenderse retos que conecten con el aprendizaje real de los estudiantes y con sus necesidades de aprendizaje.

Por otro lado, para abordar estos retos en el aula a través del desarrollo de actividades de aprendizaje, se requiere tomar en cuenta las características del enfoque centrado en la resolución de problemas que nos garantiza el desarrollo de las competencias del área y un adecuado manejo de la secuencialidad didáctica de los aprendizajes matemáticos.

A continuación, vamos a retomar la situación retadora que te presentamos al inicio del curso. Nos enfocaremos en las acciones de los docentes y ampliaremos con detalles que te permitan comprender mejor su práctica pedagógica.



Fernando, docente de Matemática de 2do de secundaria y Carmen, docente de Matemática de 3ero de secundaria, dialogan sobre el proyecto de los padres y madres de familia para pintar algunos salones y pizarras, arreglar los tableros de varias carpetas, adquirir o reparar los tachos de basura y los recipientes de agua de los baños, entre otros aspectos. Ambos deciden aprovechar esta situación para plantear una EdA que permita a sus estudiantes apoyar a los padres de familia.

Es este diálogo, Carmen menciona que sus estudiantes necesitan refuerzo escolar, en especial, en las competencias **Resuelve problemas de cantidad** y **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización**. Ella detalla que sus estudiantes tienen dificultades para resolver problemas con decimales, con porcentajes y descuentos sucesivos, un aprendizaje clave del ciclo anterior al que sus estudiantes cursan, pero que sí muestran resultados aceptables con los problemas de fracciones. Además, necesitan reforzar el aprendizaje de las áreas y volúmenes de prismas, aunque sí se desenvuelven bien con los problemas de áreas compuestas de triángulos y cuadriláteros.





Fernando se siente identificado con lo que dice Carmen pues sucede algo similar en su aula con ambas competencias, con la diferencia de que sus estudiantes aún tienen dificultades con los problemas con fracciones y decimales. Y también necesitan refuerzo en los problemas con las formas bidimensionales, sus áreas y perímetros.

Carmen y Fernando piensan en algunas actividades como:

- Medir el área de las paredes a pintar para estimar cuántas latas de pintura necesitarán.
- Comparar el volumen o capacidad de dos tipos de tachos de basura que desean adquirir.
- Determinar cuántas cajas de losetas deben comprar para reparar las que están rotas en los lavaderos de los baños.
- Determinar los costos de los materiales a comprar, a partir de operaciones con decimales.
- Determinar los costos de ciertos materiales sujetos a descuentos porcentuales y sucesivos.
- Determinar cuántos metros cuadrados de fórmica se necesita comprar para arreglar los tableros de las carpetas malogradas.
- Ambos están muy emocionados porque piensan que con cada una de las actividades que inicialmente han pensado y otras que diseñaran más adelante, pueden resolver problemas matemáticos en el aula, construir los conocimientos matemáticos necesarios para resolverlos, ensayar estrategias heurísticas, reflexionar sobre sus procesos de resolución y reforzar actitudes positivas hacia la Matemática.



A partir de la situación presentada, te invitamos a responder la siguiente pregunta y reto:

¿De qué manera aplicarías el enfoque del área para desarrollar competencias en los estudiantes? Ejemplifica con el desarrollo de una actividad bajo el enfoque del área.





## c. Argumentando para el actuar

### 1.1 El enfoque centrado en la resolución de problemas.

#### ¿Por qué la necesidad de un enfoque del área?

Teniendo nuestro proceso de enseñanza y aprendizaje enmarcado en un enfoque por competencias, podemos dar por descontado que toda actividad de aprendizaje partirá de una situación traída del contexto del estudiante. Al adaptar esta situación con fines pedagógicos se planteará un reto alcanzable y atractivo para el estudiante que exija la movilización y el desarrollo de sus competencias. Siendo esta afirmación válida para todas las competencias del currículo, es correcto asumir que el enfoque por competencias bastaría para garantizar el desarrollo de competencias matemáticas a través del uso de situaciones, retos o problemas en esta área. Así, entonces nos preguntamos: ¿por qué hay la necesidad de un enfoque propio del área?

Leamos y analicemos el siguiente diálogo:

En mi sesión de clase voy a plantear problemas para que los chicos desarrollen competencias enfrentándose a diversas situaciones. Pero, primero, voy a enseñarles los conocimientos que necesitarán para resolver los problemas que les plantearé. Por ejemplo, les enseñaré varias estrategias de cálculo de porcentajes y luego plantearé problemas sobre compras con descuentos para que los resuelvan.



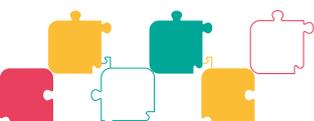
Yo pienso que se debe iniciar la sesión planteando un problema porque así los chicos se sienten motivados para aprender. Por eso, primero planteo el problema y luego abro una ventana para desarrollar los conocimientos matemáticos que necesitarán, es decir, las estrategias de cálculo de porcentajes. Luego, les pido resolver el problema.

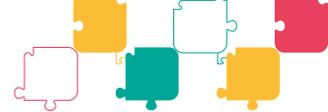


Yo considero que los problemas que planteo deben tener preguntas potentes que lleven a los estudiantes a construir las estrategias que resuelven el problema. En otras palabras, planteo el problema y en la propia resolución surgen las estrategias y los conocimientos. Después, las resumimos y formalizamos. Así, ellos comprenden la estrategia o el procedimiento y pueden usarlo en otras situaciones.



Para iniciar este análisis, lo primero que debemos dejar establecido es que no hay desarrollo de competencias sin aprendizaje de conocimientos disciplinares. La competencia es, en buena cuenta, la facultad de usar estratégicamente estos conocimientos en situaciones complejas, reales (o simuladas), y retadoras.





Vemos en el diálogo que la resolución de problemas o de situaciones retadoras está presente en las tres descripciones que hacen los docentes de sus prácticas pedagógicas. Por lo que podríamos decir, en primera instancia, que cumplen con la condición más evidente de un enfoque por competencias: movilizar conocimientos para resolver situaciones retadoras.

Pero es evidente que hay algo más que necesita clarificarse para determinar si las prácticas pedagógicas de los docentes permiten, o no, desarrollar, en específico, las competencias matemáticas planteadas en el CNEB. Por ello, el centro del análisis de estos casos se encuentra en determinar o clarificar dos aspectos centrales del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática:

- El rol que juegan los problemas en la actividad matemática de los estudiantes.
- La relación de dichos problemas con los conocimientos matemáticos.

En el siguiente cuadro resumimos cómo se describen ambos aspectos en la práctica de cada docente:

	Dante	Carla	Luisa
Rol de los problemas en la sesión de clase	Se presentan y resuelven al final.	Se presentan al inicio y se retoman y resuelven al final.	Se presentan al inicio y se desarrollan de forma continua en la sesión.
Relación con los conocimientos matemáticos	Se desarrollan descontextualizados y después se aplican al problema.	Se desarrollan desconectados del problema planteado al inicio. Luego, se aplican al problema.	Se desarrollan a partir del reto que el problema plantea y cobran sentido en el contexto del problema.

En dos de los casos podemos observar que se pretende desarrollar competencias matemáticas separando el aprendizaje de los conocimientos de su utilización funcional en el contexto del problema. Para comprender mejor lo que acabamos de afirmar, presentaremos el ejemplo del aprendiz de natación:

Un aprendiz de natación que realiza ejercicios físicos aeróbicos fuera del agua contiene la respiración cada vez más tiempo y practica muchos movimientos propios del estilo libre. Se siente preparado para aventurarse a nadar y se lanza al agua. ¿Qué sucederá? ¿Es posible aprender a nadar fuera del agua?





En ese sentido, podemos afirmar que no es posible desarrollar competencias matemáticas si se trabaja el conocimiento matemático separadamente del contexto del problema, ya que las competencias matemáticas planteadas en el CNEB tienen un carácter funcional e instrumental.

El análisis de los casos bajo estos dos aspectos nos permite responder a la primera de las preguntas planteadas anteriormente: ¿por qué hay la necesidad de un enfoque propio del área? Estamos en la posición de responder que guiar la práctica pedagógica de las y los docentes para el desarrollo de competencias matemáticas requiere de un enfoque propio que oriente los dos aspectos planteados.

### ¿De qué nos provee el enfoque propio del área de Matemática?

El desarrollo de las competencias en el área de Matemática se concretiza mediante la puesta en práctica del enfoque para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática centrado en la resolución de problemas (CRP) que se presenta en los programas curriculares de la Educación Básica Regular.

Los rasgos o características de dicho enfoque tienen implicancias directas en el quehacer del docente y del estudiante, es decir, orienta el desarrollo de las competencias y el proceso de enseñanza y aprendizaje. Veamos:

**1**

#### **La Matemática es un producto cultural dinámico, cambiante y en constante desarrollo y reajuste.**

Asumir la Matemática desde esa perspectiva implica enmarcar la enseñanza de la misma, en una actividad de resolución de problemas en la que se construyen colectivamente los conocimientos matemáticos. Así, estos conocimientos que necesitan ser generalizados (Sadovsky, 2005) o formalizados con precisión y sin ambigüedad, se conviertan en saberes matemáticos universales en constante desarrollo.

En el aula, este proceso implica recoger las acciones que los estudiantes realizaron al resolver el problema y relacionarlas con el conocimiento que se está construyendo, usando el lenguaje matemático convencional (Brousseau, como se citó en Sadovsky, 2005). Implica brindar a los estudiantes la oportunidad de reinventar la Matemática, en ambientes de aprendizaje donde sientan que tienen la iniciativa y se sientan acompañados del papel mediador y estimulante del docente (Van den Heuvel-Panhuizen, 2009). Todo esto en contraposición con el fomento de una enseñanza tradicional en la que los conocimientos matemáticos se transmiten como conocimientos disciplinares acabados.

**Los estudiantes  
reinventan  
colectivamente  
la Matemática.**





Para hallar el porcentaje del porcentaje de esta cantidad que aparece en la noticia, lo hemos realizado por partes: primero hallamos un porcentaje y luego calculamos el otro porcentaje sobre el resultado anterior.



Mi grupo de trabajo se ha dado cuenta de que es lo mismo multiplicar las fracciones equivalentes a los porcentajes y aplicarlos a la cantidad.

Así es, chicos. Lo que ustedes acaban de realizar es una estrategia para hallar porcentajes sucesivos. Vamos a describir en qué consiste.

**Porcentaje sucesivo: p% de q% de C**

$$p/100 \times q/100 \times C$$



## 2

**Toda actividad matemática tiene como escenario la resolución de problemas planteados a partir de situaciones.**

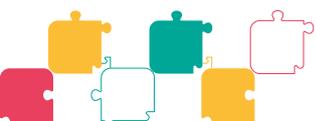
Diversos referentes de la educación matemática coinciden con la idea de que hacer matemática es resolver problemas.

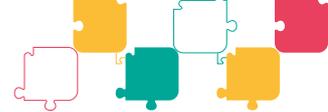
La EMR considera que “la meta global de la educación matemática es que los estudiantes utilicen su comprensión y herramientas matemáticas para resolver problemas” (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000).

Miguel de Guzmán (2001) precisa que el aprendizaje de la Matemática se da a partir de la modelización de la realidad en la que el profesor sabe que han de aparecer las estructuras matemáticas en cuestión.

Los problemas pueden incluso considerarse como la parte más esencial de la educación matemática. (Polya, 1965)

Estas referencias permiten dejar establecido que el lugar de los problemas en la clase no es para motivar el aprendizaje o solo para aplicar o reafirmar concepciones matemáticas transmitidas previamente de forma tradicional, sino que los problemas son el telón de fondo en el que se aprende Matemática y su proceso de resolución es dónde se construye.





**3**

**Las situaciones se organizan en cuatro grupos: situaciones de cantidad; situaciones de regularidad, equivalencia y cambio; situaciones de forma, movimiento y localización; y situaciones de gestión de datos e incertidumbre.**

“La definición de estas situaciones se sostiene en la idea de que la Matemática se ha desarrollado como un medio para describir, comprender e interpretar los fenómenos naturales y sociales que han motivado el desarrollo de determinados procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación (OECD, en Ministerio de Educación, 2015, p.17)”. En este sentido, en estos fenómenos subyacen numerosas clases de situaciones y problemas con procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación (MINEDU, 2015).

Por ejemplo, fenómenos como la relación entre la cantidad de mujeres que ocupan cargos públicos con respecto de los varones, necesitan ser abordados con estrategias y herramientas matemáticas relacionadas con el porcentaje, la cantidad y el conjunto numérico de los racionales.	<b>Situación de cantidad</b>	<b>Porcentaje</b>

**4**

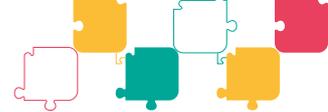
**Al plantear y resolver problemas desarrollan un proceso de indagación y reflexión social e individual que les permite superar las dificultades u obstáculos que surjan en la búsqueda de la solución.**

Esta característica enfatiza y desarrolla las ideas encerradas en la primera característica que vimos más arriba. En la resolución de problemas, se busca que el estudiante se relacione con el problema, haga uso de sus saberes previos, ensaye estrategias de solución, interactúe con sus pares para consensuar o validar sus estrategias, o para confrontar algunas ideas que van surgiendo, así como para validar el proceso que está siguiendo y sus resultados.

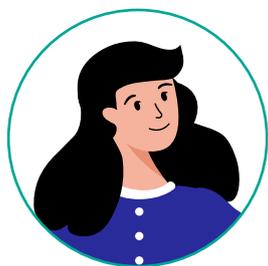
En este proceso, la o el estudiante construye y reconstruye sus conocimientos al relacionar y reorganizar ideas y conceptos matemáticos que emergen como solución óptima a los problemas, que irán aumentando en grado de complejidad.

Esta característica que en realidad es un mismo párrafo con la característica anterior, es la que resume la convergencia de las tres fuentes de las que se nutre el enfoque planteado para la educación matemática peruana: el principio de reinención y el de la matematización progresiva de la EMR, el postulado de la situación fundamental de Brousseau, y el proceso de la resolución de problemas de Schoenfeld y Guzmán.





Se trata de una condición importante acerca de los conocimientos matemáticos: que estos emergen como estrategias de solución óptima a los problemas que se resuelven. En otras palabras, los problemas no solo sirven para que los estudiantes aprendan a resolver problemas usando sus conocimientos matemáticos, tampoco sirven solo de pretexto para la introducción de nuevos contenidos necesarios para su resolución, sino que los problemas planteados deben permitir que los nuevos conocimientos (conceptos, procedimientos, relaciones, nociones, etc.) surjan como estrategia de solución, que se construyan y reconstruyan, que se organicen y reorganicen. Esto último se basa en el carácter de la Matemática que es una disciplina organizada y estructurada, con un lenguaje y relaciones internas en la que una es más compleja que la otra. En ese sentido, el problema planteado debe ser tan potente que, para resolverse, permita a los estudiantes llevar a cabo todas estas acciones. Esta condición es en realidad una exigencia del problema planteado (Sadovsky, 2005).



Yo considero que los problemas que planteo deben tener preguntas potentes que lleven a los estudiantes a construir las estrategias que resuelven el problema. En esa línea, planteo el problema y en la propia resolución surgen las estrategias y los conocimientos. Luego, las resumimos y formalizamos. Así, ellos comprenden la estrategia o el procedimiento y pueden usarlo en otras situaciones.

No podemos olvidar, que en este proceso, el docente juega un papel muy importante. Freudenthal (1991, como se citó en Bressan y otros, 2005), habla de las interacciones entre docente y alumnos como un “balance sutil entre la libertad de inventar y la fuerza de guiar”. La labor del docente no es la de indicar qué se debe hacer o cómo debe resolverse el problema, sino de interactuar con los estudiantes a través de preguntas y reflexiones para generar conflictos cognitivos que permitan al estudiante resolver el problema aproximándose cada vez más a la estrategia óptima del problema, que no es otra cosa que el nuevo conocimiento que se desea enseñar.

## 5

**Los problemas que resuelven las y los estudiantes pueden ser planteados por ellos mismos o por la o el docente para promover la creatividad y la interpretación de nuevas y diversas situaciones.**

Los problemas matemáticos no existen en la vida real con una estructura planteada matemáticamente. Para plantear problemas se debe interpretar las situaciones desde los lentes de la Matemática, es decir, seleccionar datos, condiciones, restricciones y relaciones suficientes para ser resueltas haciendo uso de sus conocimientos matemáticos. Por ello, es necesario que, en el salón de clases, las y los docentes estimulen a las y los estudiantes en el descubrimiento y planteamiento de problemas relacionados con diversas situaciones planteadas.





**Situación**

Se tiene la necesidad de construir un librero que pueda colocarse en un espacio vacío en una habitación. La primera aproximación a este problema consistiría en pensar en opciones de materiales estéticos, definir en qué espacio de la habitación se colocaría de forma que sea funcional, qué color podría tener, qué tipo de libros contendría y si es posible construirlo o comprarlo hecho.

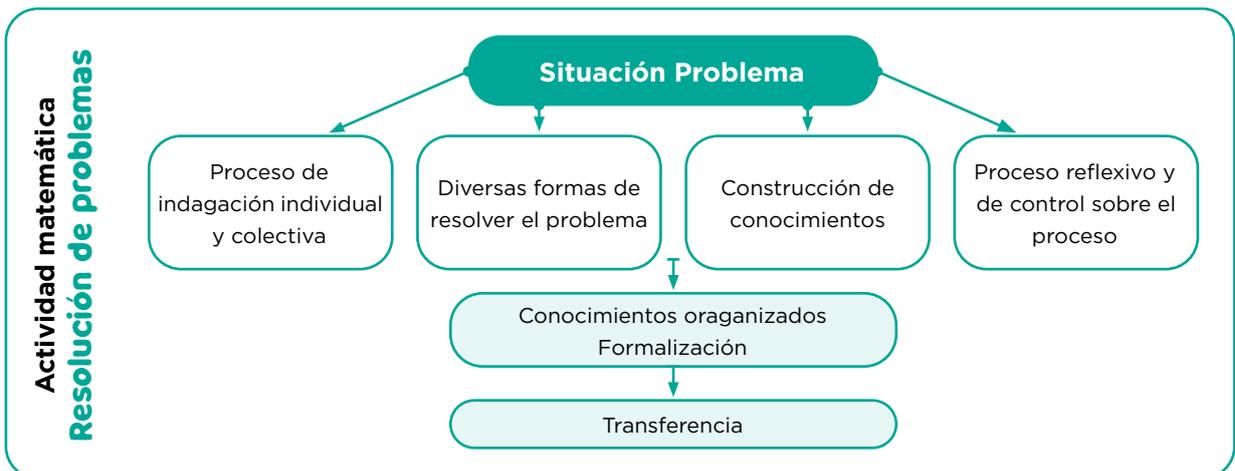
**Planteamiento de problemas**

En cualquiera de las decisiones que se tome se podría plantear un problema extrayendo los aspectos matemáticos que subyacen en la situación. En el caso de decidir construirlo, surge la necesidad de decidir las dimensiones que debería tener para entrar en el espacio disponible, las posibles divisiones que serían deseables, el diseño que puede tener y que el material sea de costo accesible. A partir de esto, puede formularse más de un problema matemático a resolver. Para ello, se necesitará recoger datos (medidas reales del espacio, de los libros a colocar, etc.), poner límites o condiciones a las medidas o al precio, y plantear el problema concreto de aproximar medidas de áreas para la compra del material, estimar costos, entre otros.

**6** Las emociones, actitudes y creencias actúan como fuerzas impulsoras del aprendizaje. Las y los estudiantes aprenden por sí mismos cuando son capaces de autorregular su proceso de aprendizaje y de reflexionar sobre sus aciertos, errores, avances y las dificultades que surgieron durante el proceso de resolución de problemas.

Esto implica que, además de resolver problemas para la construcción de saberes matemáticos y para la modelización de la realidad, se debe fomentar en los estudiantes un proceso de reflexión sobre las estrategias heurísticas usadas para resolver los problemas y sobre su mismo proceso de resolución. Estos procesos metacognitivos y de control permiten que los estudiantes vayan mejorando sus procesos de pensamiento.

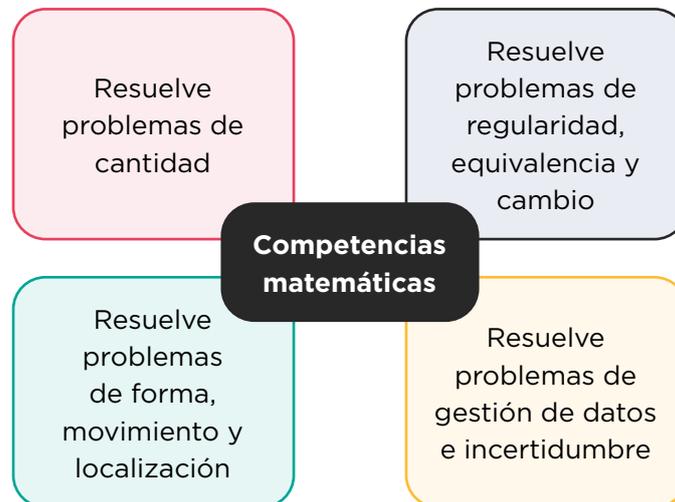
A continuación, presentamos un esquema que relaciona las características del enfoque:





## 1.2 ¿Cómo desarrollar las competencias del área de Matemática en los estudiantes de secundaria?

La educación matemática en nuestro país ha sido organizada curricularmente en cuatro competencias del área que han sido formuladas en base a la relación entre las situaciones fenomenológicas y la organización de los modelos matemáticos que las representan. Estas son:

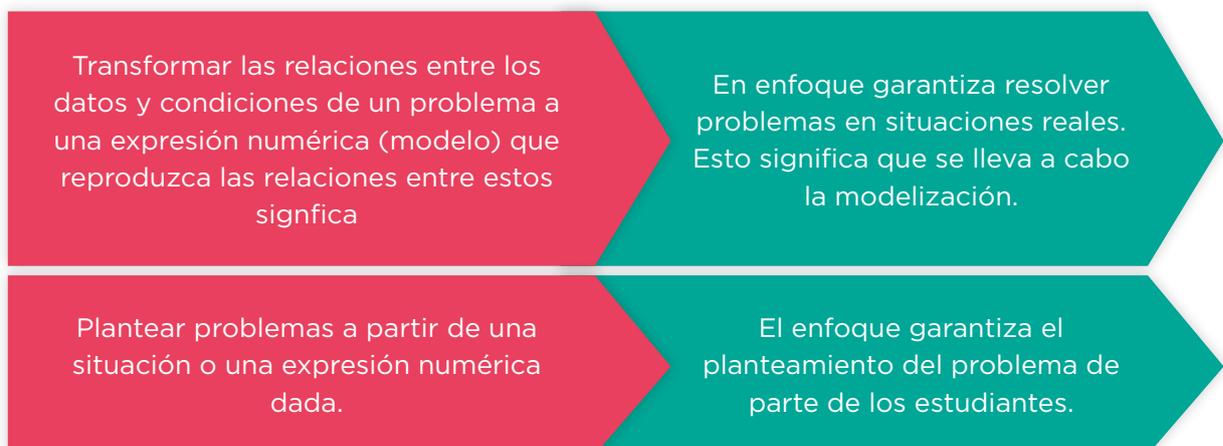


Cada una de las cuatro competencias moviliza, a su vez, cuatro capacidades del estudiante que combinadas estratégicamente le permiten resolver los problemas planteados. Aquí, es importante enfatizar que existe una relación estrecha entre las características del enfoque centrado en la resolución de problemas y las competencias y capacidades. Como ya mencionamos anteriormente, el enfoque orienta el proceso de enseñanza y aprendizaje, por lo que la puesta en práctica del enfoque garantiza el desarrollo de las competencias a través de sus capacidades. Veamos un ejemplo:

### Competencia Resuelve problemas de cantidad

#### Capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas

#### Enfoque





También implica evaluar si el resultado obtenido o la expresión numérica formulada (modelo) cumplen las condiciones iniciales del problema.

El enfoque garantiza la autorregulación del proceso. Eso implica revisar las soluciones obtenidas.

Podemos encontrar esta relación con las demás capacidades y también con las demás competencias.

Dicho esto, es correcto pensar que para desarrollar las competencias matemáticas de las y los estudiantes, las y los docentes debemos:

- Conocer las competencias (sus estándares, capacidades y desempeños).
- Aplicar el enfoque centrado en la resolución de problemas.
- Conocer la didáctica propia de los conocimientos disciplinares (Competencia 1 del MBBD).
- Plantear problemas a partir de situaciones.

### 1.2.1 ¿Cómo plantear problemas a partir de situaciones que permitan desarrollar competencias en los estudiantes?

Antes de proponer cómo plantear problemas es natural que nos ocupemos de clarificar qué es un problema y qué es resolver problemas.

#### ¿Qué entendemos por problema?

Algo muy necesario en este punto, es definir qué se entiende por resolución de problemas. En OCDE (2013) se cita a Mayer (1990) para entregar la definición más usada y aceptada por la comunidad matemática a nivel mundial, la cual señala que “la resolución de problemas como el procesamiento cognitivo dirigido a transformar una situación dada en una situación resuelta, cuando no hay un método disponible y obvio de solución.”

Y tomaremos la definición de problema formulada por Guzmán (2001, p.11) que es también muy aceptada y usada: “Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocida, otras un tanto confusamente perfilada, y no conozco el camino que me puede llevar de una a otra”.

Adicionalmente, se acepta de forma unánime que:

“un problema se define en cuanto a su relación con el sujeto que lo enfrenta y no en cuanto a sus propiedades intrínsecas. Un problema puede ser un ejercicio para un alumno de un curso superior y, de hecho, un enunciado que fue un problema para un alumno deja de serlo una vez que lo resuelve”(Isoda & Olfos, 2009, p. 99).





Estas definiciones marcan la diferencia entre problema y ejercicio. En la primera, es necesario reflexionar, investigar, plantear estrategias, discutir, confrontar ideas, usar y relacionar conceptos matemáticos, entre otros, para encontrar la solución o soluciones buscadas. Cabe mencionar que estas soluciones pueden ser a veces resultados numéricos y a veces pueden implicar una toma de decisiones con respecto al contexto que se está planteando. Mientras que, en la segunda, los ejercicios suponen respuestas automáticas o una aplicación rutinaria de fórmulas o procedimientos que no ofrecen ningún escenario para la construcción matemática.

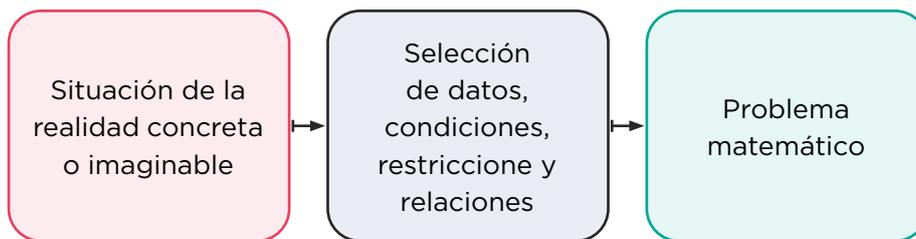
### Ejercicios

**Resuelve:**  
El 90% de asistentes llevaban mascarilla. Halla el 90% si los asistentes fueron 200.

**Resuelve:**  
Carlos comienza su negocio de venta de carros usados. Ya tiene 2 autos que quiere vender ganando el 20% en cada uno. Si le costaron ambos a S/32 000, ¿a cuánto los debe vender cada uno?

### ¿Cómo plantear problemas?

Como hemos visto anteriormente, los problemas se anclan en situaciones de contexto real o simulado. Para plantear problemas hay que analizar las situaciones y extraer de ellas aquellas características que permitan representarse mediante la Matemática. Arriba vimos el ejemplo del estante de libros y en este se sigue el siguiente proceso:



### ¿Cómo deben ser los problemas planteados?

Como ya hemos mencionado, el conocimiento de las competencias, su progresión y sus capacidades, es un punto de partida para plantear los problemas que serán el escenario de la actividad de los estudiantes.

Por otro lado, existen varias recomendaciones que pueden ayudar a los docentes a plantear buenos problemas: Isoda y Olfos (2009) plantean que un buen problema debe:

- Admitir varias formas de resolución para hacerlo accesible a la mayor parte de los alumnos.





- Si es posible tener varias soluciones correctas.
- Debe permitir alcanzar un conocimiento nuevo al poner en juego los ya adquiridos.

### 1.2.2 ¿Cómo preparar las actividades bajo el enfoque de resolución de problemas para desarrollar competencias matemáticas?

Existen diversas propuestas metodológicas y didácticas que se adaptan o pueden adaptarse a las características del enfoque. Ahora plantearemos solo algunas recomendaciones dadas por expertos:

Miguel de Guzmán plantea una ruta general no exhaustiva:

- Propuesta de la situación problema de la que surge la Matemática
- Manipulación autónoma por los estudiantes
- Familiarización con la situación y sus dificultades
- Elaboración de estrategias posibles
- Ensayos diversos por los estudiantes
- Uso de herramientas matemáticas
- Elección de estrategias
- Ataque y resolución del problema
- Recorrido crítico o reflexión sobre el proceso
- Afianzamiento formalizado (formalización)
- Generalización
- Nuevos problemas y transferencias

Por su parte, Isoda y Holmos (2009) plantean:

- Los docentes identifican una situación inicial que los estudiantes pueden resolver con sus conocimientos previos y una situación más compleja que desafíe las estrategias con las que el estudiante resuelve la situación inicial.
- El docente idea preguntas para el proceso como ¿por qué resulta?, ¿funcionará en otros casos? De esa forma, las y los estudiantes van construyendo un nuevo conocimiento.
- El desafío propuesto pone al estudiante en conflicto y se ve obligado a la reconceptualización de sus ideas.





## d. Práctica reflexiva – diferenciada

A continuación, te presentamos un ejemplo de cómo la docente Carmen puede desarrollar una actividad bajo el enfoque centrado en la resolución de problemas.

Escenario: Resolución de problemas

- Iniciaremos la ejemplificación desde la presentación del problema, sin especificar las actividades iniciales de saludos, normas de convivencia, comunicación de propósito, criterios de evaluación, etc.
- Carmen presenta la situación. Acompaña la lectura y dialoga con ellos para su comprensión. Los estudiantes identifican el contexto, de qué se trata, los datos (precios y contenido de cajas, etc.) y algunas relaciones entre los datos (las cajas que cuestan menos tienen porcentajes menores en sus descuentos) y se dan cuenta de que no hay pregunta o reto.

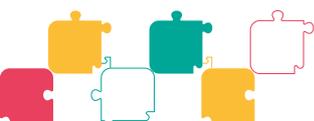
Actividades pedagógicas iniciales

Los padres de familia han observado que en los baños del colegio hay varias partes del piso levantadas. Por ello, han averiguado algunos precios de dos tipos de materiales para reemplazarlo. Encontraron que hay de dos tipos y cada uno tiene dos modalidades de compra, en tienda y online.

Comprensión de la situación

PISO CERÁMICO  
45 x 45 cm<sup>2</sup>  
Caja 2,32 m<sup>2</sup>

Precio por caja: S/54.50  
Oferta tienda: Descuento 10%  
Online: Descuento adicional 10%





Escenario: Resolución de problemas



- Carmen les pregunta qué pueden hacer con la información que les da la situación. Les pide pensar cómo pueden ayudar a los padres o qué necesitarían los padres de esa información. Algunos estudiantes responden:
  - Necesitan calcular los precios porque tienen descuento y no se sabe cuánto se pagará al final.
  - Necesitan calcular cuánto gastarán si compran lo que se necesita.
  - Necesitamos calcular si el dinero que tienen les va a alcanzar.
- La docente pregunta si los datos de la situación son suficientes para responder a todas las preguntas.
- Algunos responden que no saben de cuánto dinero disponen los padres.
- Conviene en que resolverán el problema y sus tres preguntas y en el proceso verán más claro si les falta algún dato más. La maestra les plantea que primero resuelvan la primera pregunta y en la próxima clase seguirán con las demás. Carmen organiza los equipos y da las pautas para el trabajo: orden, materiales, participación, dónde lo presentarán, etc. En los grupos, las y los estudiantes discuten cómo lo pueden hacer. Algunos vuelven a leer el problema y sus preguntas, mientras el docente acompaña este proceso, fomentando que los verbalicen.

**Los  
estudiantes  
plantean el  
problema a  
partir de la  
situación.**





**Proceso de indagación y reflexión social e individual**

- Convienen en que resolverán el problema y sus tres preguntas y en el proceso verán más claro si les falta algún dato más. La maestra les plantea que primero resuelvan la primera pregunta y en la próxima clase seguirán con las demás.

Carmen organiza los equipos y da las pautas para el trabajo: orden, materiales, participación, dónde lo presentarán, etc. En los grupos, las y los estudiantes discuten cómo lo pueden hacer. Algunos vuelven a leer el problema y sus preguntas, mientras el docente acompaña este proceso, fomentando que los verbalicen.

**En grupo 1**

**Oscar:** Primero vamos a hallar el precio con el descuento de compra en tienda y después el precio con el descuento adicional de compra online.

**Maestra:** ¿Cómo hallarán el descuento online?

**Sofía:** Es que el descuento online sería 35% y hallaremos eso.

**Maestra:** ¿Los demás están de acuerdo?

**Flavia:** Me parece que no sale igual si hallamos uno por uno.

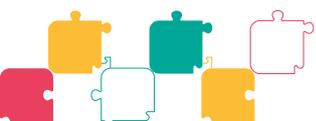
**Maestra:** Bueno, pónganse manos a la obra y luego discutan si es igual o no y por qué.

- Los estudiantes calculan los porcentajes, algunos tienen dificultades, pero son retroalimentados por sus compañeros. En otros grupos, la docente retroalimenta de modo que consiguen realizar los cálculos.
- Cuando todos los grupos pegan sus papelotes con la resolución en la pizarra, la docente indica a cada dos grupos que comparen las resoluciones de otros dos grupos.

**Elaboración, ensayo, elección estrategias**

**Elaboración, ensayo, elección estrategias**

**Aumentando en grado de complejidad**  
Modelo inicial: porcentajes  
Modelo final: Descuento único





<p><b>Cerámico</b> Hallamos el 10% + 10% de S/54,50 = = 10,9 Precio online: 54,50 - 10,9 = S/43,6</p> <p><b>Porcelanato</b> Hallamos el 15% + 20% de S/63,50 = = 22,23 Precio online: S/41,27</p>	<p><b>Cerámico</b> Hallamos el 10% de S/54,50 = = 5,45 Precio tienda: 54,5 - 5,45 = 49,05 Hallamos 10% de 49,05 = 5,81 Precio online: 58,05 - 5,81 = S/52,24</p> <p><b>Porcelanato</b> Hallamos el 20% de S/63,50 = = 12,70 Precio tienda: 63,5 - 12,70 = 50,8 Hallamos 15% de 50,8 = 7,62 Precio online: 50,8 - 7,62 = S/43,18</p>
---	---

**Ejecutan sus estrategias y resuelven el problema.**

**Autorregular su proceso de aprendizaje y de reflexionar sobre sus aciertos, errores, avances y las dificultades**

- Un representante de cada grupo expone sus hallazgos. La docente y los demás compañeros realizan preguntas, contrastan procesos, comparan estrategias y conceptos, etc. Y determinan cuál es el proceso correcto.
- La docente les pide que juntos esquematicen lo que han realizado. Se enfatizan estas ideas:
  - Si descuento el 20% del precio inicial, ¿Qué porcentaje me queda?
  - A qué cantidad le descuento el 15%, ¿Al precio inicial o al que me quedó en la operación anterior?

**Revisión, reflexión y control del proceso**

**Reorganizar ideas y conceptos matemáticos que emergen como solución óptima a los problemas**





- La docente comenta que este proceso puede representarse mediante el uso de la expresión general del descuento único y la presenta:

$$D_u = 1 - (1 - D_1)(1 - D_2)$$

Donde:

$D_u$ : descuento único

$D_1$ : primer descuento

$D_2$ : segundo descuento

Luego, señala que esta expresión también expresa lo mismo:

$$D_u = \left[ D_1 + D_2 - \frac{D_1 \cdot D_2}{100} \right] \%$$

**Las emociones, actitudes y creencias actúan como fuerzas impulsadoras del aprendizaje**

- La docente entrega otros problemas adicionales para que los estudiantes transfieran sus aprendizajes y los generalicen al aplicarlos en diferentes situaciones y contextos.

La docente propicia un diálogo sobre las emociones que han vivido al resolver el problema y los motiva a seguir indagando y ensayando estrategias heurísticas desde sus conocimientos iniciales, que les lleven a resolver el problema.



## e. Aplicación en la práctica

Estimada y estimado docente:

A partir de lo que hemos desarrollado en esta sesión, te invitamos a responder:

¿De qué manera aplicarías el enfoque del área para desarrollar competencias en los estudiantes? Ejemplifica con el desarrollo de una actividad bajo el enfoque del área.

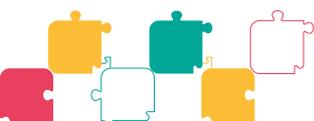




## Autoevaluación

Estimada y estimado docente, con la finalidad de que evalúes tus aprendizajes de esta sesión, te invitamos a completar la siguiente lista de cotejo:

Crterios	Sí	No	Comentarios
¿El título de la sesión de aprendizaje se corresponde con el propósito?			
¿El propósito indica el logro de aprendizaje que deben alcanzar mis estudiantes con respecto al desarrollo de competencia Resuelve problemas de cantidad?			
¿Establecí las necesidades de aprendizaje de mis estudiantes en función a los resultados de la prueba diagnóstica y otros insumos, que me permitan valorar su desempeño en la competencia?			
¿Conformé los grupos de estudiantes en función a sus necesidades de aprendizaje (antes del ciclo, en el grado y en el ciclo y/o posterior al ciclo)?			
¿Identifiqué las fichas de R.E que debo emplear en esta actividad de aprendizaje en función a la conformación de grupo y necesidades de aprendizaje?			
¿Seleccioné la situación significativa para la actividad general tomando en cuenta las necesidades e intereses de mis estudiantes?			
¿Planteé actividades de aprendizaje tomando en cuenta las necesidades de aprendizaje y los grupos conformados?			
¿Presenté de forma clara, concisa y secuencial la secuencia para llevar a cabo la actividad para las fichas de R.E?			





## Bibliografía

- Bressan, A., Zolkower, B. y Gallego, M. (2005). Los principios de la Educación Matemática Realista. En P. Sadowsky, A. Bressan y H. Alagia. *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Libros de Zorzal.
- Guzmán, M. (2001). Tendencias Actuales De La Resolución De Problemas. *Revista SIGMA* (19),5-25.
- OECD. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*.
- Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*.  
<http://www.minedu.gob.pe/curriculo/>
- Minedu (2016). *Programa Curricular del Nivel Secundaria*.  
<http://www.minedu.gob.pe/curriculo/>
- Sadowsky, P. (2005). La Teoría de Situaciones Didácticas en un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática. En P. Sadowsky, A. Bressan y H. Alagia (Eds.). *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Libros de Zorzal.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000) *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Instituto Freudenthal - Universidad de Utrecht. [CD-ROM para ICME9].

