APRENDO en casa

Programa de fortalecimiento de competencias de docentes usuarios de dispositivos electrónicos portátiles

Integración de las tabletas al proceso de aprendizaje de acuerdo al nivel real - II
Nivel de Secundaria - Matemática

Unidad : Conocimientos claves para el desarrollo de las competencias del área de Matemática

mejor educación mejores peruanos

PERÚ Ministerio de Educación

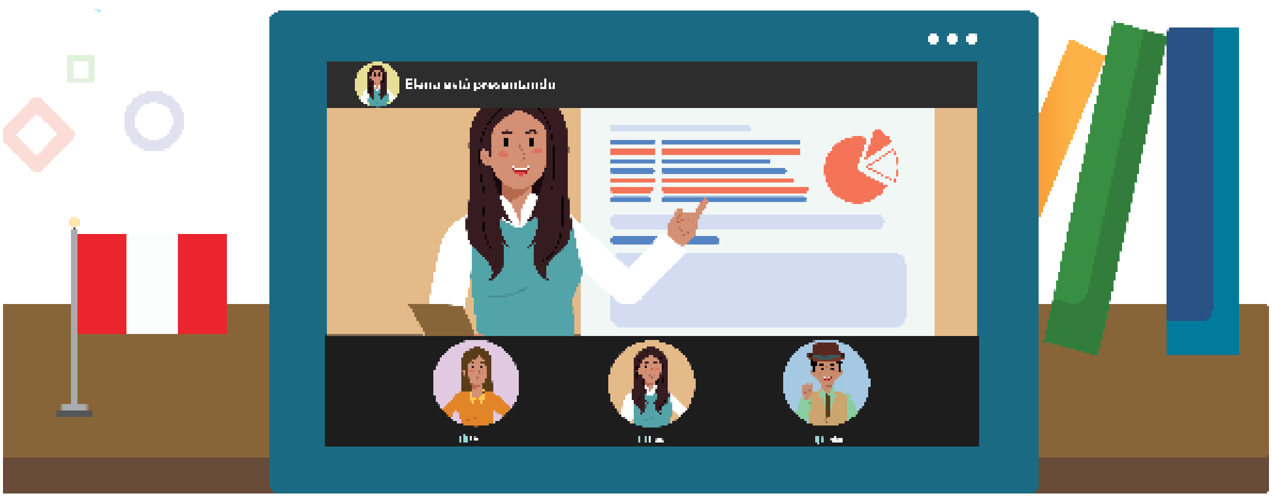
EL PERÚ PRIMERO

Sesión 3

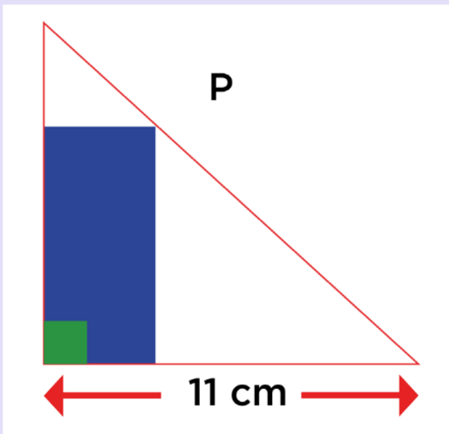
Estrategias para la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Identifica

Para iniciar la reflexión sobre el aprendizaje de matemática, se presenta la siguiente situación entre docentes en donde reflexionan sobre las estrategias para la resolución de problemas de regularidad equivalencia y cambio.



Juan: Para el desarrollo de la competencia «Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio», les presento la siguiente situación de contexto extramatemático: «Se tiene 100 árboles de plátanos; el primer árbol produce 1 racimo de plátanos, el segundo árbol produce 3 racimos de plátanos, el tercer árbol produce 5 racimos de plátanos, el cuarto árbol produce 7 racimos de plátanos, y así sucesivamente hasta llegar al árbol de plátano número 100. Escribe una expresión matemática que represente al árbol de lugar n».



María: Para el desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, les presento la siguiente situación de contexto intramatemático: «Un punto P se mueve sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden 11 cm. De todos los rectángulos que se puedan dibujar, ¿cuál es el de mayor área?»

Reflexiona

¿Cuál de las situaciones nos permite un trabajo en el que se podría emplear una estrategia y permita el desarrollo de la competencia resuelveproblemas de regularidad, equivalencia y cambio?

1. Estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales

Hacer matemáticas no es solo resolver problemas, es encontrar medios o procedimientos que nos permitan encontrar el resultado de una situación problemática, es desarrollar nuevos métodos, conjeturar propiedades, validar soluciones para la construcción de conocimientos matemáticos. Estas estrategias que permiten encontrar reglas generales, pueden ser las prácticas en el laboratorio de matemática y la modelización matemática. Asimismo, las estrategias presentadas las podemos utilizar para el desarrollo de otras competencias asociadas al área de matemática.

A partir de ello nos preguntamos lo siguiente:

1.1. ¿Qué son las prácticas de laboratorio de matemática?

Las «prácticas» de laboratorio de matemática, según las Rutas de aprendizaje, son entendidas como actividades que pueden realizar las y los estudiantes en la educación secundaria con materiales manipulables.

Para ello, pueden contar con dos clases de materiales manipulables que se clasifican en físicos y virtuales. Físicos como el ábaco, regletas, tangram, bloques lógicos, geoplanos, multicubos, cuerpos geométricos, pentaminós, triángulos de Pascal, entre otros; y virtuales en computadores y software educativo.

Las actividades pueden abordar diferentes aspectos relacionados a los conocimientos de matemáticos como pueden ser los siguientes:

- Introducir nuevos conceptos.
- Corregir errores.
- Descubrir y/o comprobar propiedades o encontrar reglas generales.

Ramírez (2013) explica que es importante que la y el estudiante, en su primer contacto con material manipulable o recurso, se les brinde un espacio de exploración respecto al cuidado y uso de los recursos y materiales.

Para el desarrollo de las prácticas de laboratorio de matemática se consideran las etapas propuestas por Gastón Mialaret (1986) relacionadas con la acción, el relato y el símbolo.

1.2. Etapas de las prácticas de laboratorio de matemática según las Rutas de aprendizaje:

a. La acción real ejercida por la y el estudiante: no a la acción imaginada por la o el estudiante o narrada por la o el docente; se requiere la manipulación de material concreto con el que se representen las operaciones y se logre su comprensión.

b. La acción acompañada por el lenguaje: cuando la o el estudiante está realizando acciones, aprenden palabras y expresiones relacionadas con las matemáticas necesarias para decir lo que hace.

c. La conducta del relato: la o el estudiante llega a ser capaz de decir lo que hace. Así se inicia en el trabajo en un nivel abstracto.

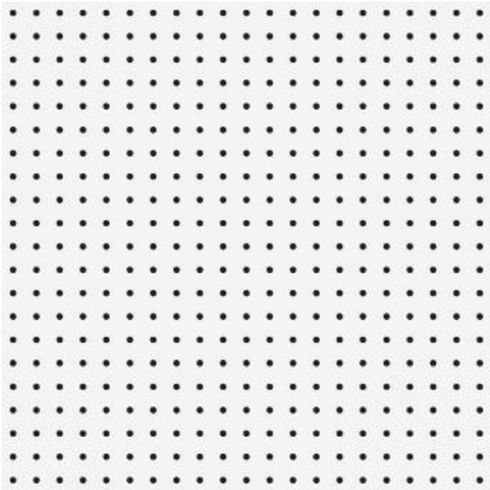
d. Representación gráfica: aquí las representaciones gráficas pueden, ante todo, ser muy concretas y luego irse alejando poco a poco de la realidad hasta llegar a convertirse en expresiones simbólicas.

Ejemplo de práctica de laboratorio matemático

a. La acción real ejercida por la o el estudiante

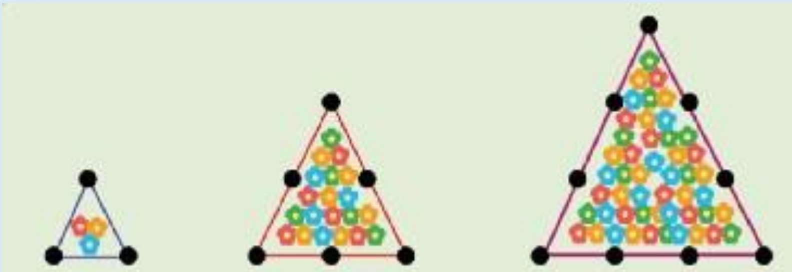
Por ejemplo, a continuación, se muestra una actividad con materiales concretos.

- Geoplano triangular (se puede presentar en una hoja el geoplano triangular, como se muestra en la figura)
- Ligas de colores (en caso de presentar el geoplano triangular), lápices de colores para realizar trazos (en caso de presentar el geoplano en una hoja).



Situación

La institución educativa dispone de un terreno destinado para jardín, las y los estudiantes del club de matemática elaboraron un diseño muy curioso para adornar el terreno.



Dichos cercos triangulares están unidos por cintas de colores, los lados del cerco y los vértices están formados por estacas que se distribuyen a una distancia de unidad lineal (1 m), dentro de esa superficie triangular se observa que se plantarán flores diversas.

Las y los estudiantes del club de matemática desean saber, ¿cómo se debe expresar el tamaño del cerco triangular si la sucesión continúa «n veces»?

b. La acción acompañada por el lenguaje

Por ejemplo, las relaciones que encuentra en la sucesión

- ¿Qué característica tiene cada cerco triangular?
- ¿Hay algo que se pueda afirmar que es constante en los cercos triangulares?
- ¿Se podría saber cuántos puntos tendría cada perímetro del cerco triangular que se requiera?

c. La conducta del relato

Por ejemplo, con la sucesión de figuras la o el estudiante:

- Describe el patrón que se presenta en el perímetro de los cercos triangulares mediante lenguaje matemático.
- ¿Qué ocurrirá con las estacas que se encuentran en los cercos triangulares si la sucesión continúa?
- ¿Cómo se puede expresar la cantidad de estacas que se encuentra en el perímetro del cerco triangular si la sucesión continúa «n veces»?

d. Representación gráfica

Por ejemplo, a partir de lo expuesto, deduce la expresión matemática para calcular el término «n-ésimo» de la siguiente sucesión:

Unidades lineales de lado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de puntos por los que pasa		6								

Si el perímetro del cerco triangular tuviera diez unidades de lado, ¿por cuántas estacas pasaría? y si tuviera veinte unidades de lado, ¿por cuántas estacas pasaría?

2. Estrategias y procedimientos para cambio y equivalencia

Una de las estrategias que podemos utilizar para el desarrollo de las competencias asociadas al área de matemática es, según indica las Rutas de aprendizaje, «el aprendizaje basado en problemas de modelación matemática»

1.1 ¿Qué estamos comprendiendo por modelación matemática?

Para Camarena (2011) «la modelación matemática se concibe como el proceso cognitivo que se tiene que llevar a cabo para llegar a la construcción del modelo matemático de un evento u objeto del área del contexto» (p. 7); por su parte, el investigador Villa (2009) reconoce la importancia de la modelación matemática y manifiesta que:

> **[…] la modelación matemática, vista como proceso, implica una serie de acciones o fases que hacen que la construcción o interpretación de un modelo no se efectúe de manera instantánea en el aula de clase; esas acciones o fases se conocen en la literatura como ciclo de la modelación. (p. 5)**

Esta estrategia consiste en entregar a las y los estudiantes un problema vinculado a una situación en contextos diversos y a partir de ello, desarrollar un modelo matemático. Esto permite debatir entre las y los estudiantes sobre puntos de vista matemático respecto de la situación, llegar a un planteamiento de equipo, estar seguros y tener un sentido funcional de los conocimientos matemáticos al resolver el problema.

Para Cervantes et al (2015), el desarrollo de la modelización matemática considera las siguientes etapas:

Fuente: Lucía Cervantes Gómez

a. Estudio de la situación real

Las situaciones reales suelen ser muy complejas, por ello, primero se debe identificar la situación real que pretende estudiar y cuáles son sus principales preguntas que se quieren responder, revisar los datos e identificar y entender las leyes conocidas del fenómeno a estudiar.

b. Elaboración del modelo matemático

Si ya se cuenta con datos, es conveniente realizar primero una revisión para ver si son adecuados para la modelización, observar márgenes de error y la congruencia entre los datos y la información proporcionada del fenómeno, identificar las leyes conocidas, expresadas en el lenguaje matemático, que rigen el fenómeno o algún fenómeno similar.

c. Solución del modelo

Los modelos matemáticos más sencillos son los que se expresan directamente a través de una función obtenida a través de interpolaciones, pero en la mayoría de las ocasiones, en vez de las funciones se tiene información de otras propiedades, como la manera en que se portan las razones de cambio; en ese caso se necesita resolver el modelo para encontrar la función o las funciones involucradas que permitan responder las preguntas planteadas.

d. Validación del modelo

Partimos de las soluciones del modelo e interpretamos el significado y/o implicaciones de estos datos en el problema original, comparándolos con información conocida. En caso de que haya buena coincidencia (la cual hay que saber medir), el modelo es aceptable o valido; en caso de que no hubiese, es necesario revisar cada una de las etapas anteriores, podría ser suficiente ajustar parámetros, hacer una corrección o mejorar la aproximación en la solución del modelo matemático, pero también podría ser necesario reconsiderar las hipótesis planteadas o las simplificaciones realizadas en la primera etapa; y que fuera indispensable realizar un nuevo modelo.

EJEMPLO DE MODELACIÓN MATEMÁTICA SEGÚN LAS RUTAS DEL APRENDIZAJE:

Tener cercos vivos permite no solo mantenerlos a una altura que admita que los entornos se vean cuidados, bellos y ordenados, sino que además ofrece ventajas sobre la seguridad y salud.
La ligustrina es un tipo de arbusto de cerco vivo que alcanza una altura de casi 3 m; deben situarse tres plantas por metro lineal. Se puede podar en forma

recta, de ese modo el cerco vivo estará rígido. Una mejor forma de podar es como prismas rectos, a fin de que el sol pueda llegar a la base.
Un jardinero corta la ligustrina de modo que este tenga una altura de 120 cm. Bajo estas condiciones, la planta comenzará a crecer rápidamente, la velocidad de crecimiento irá disminuyendo hasta lograr una altura máxima, luego de 90 días. Suponga que el crecimiento de la ligustrina se ajusta a un modelo cuadrático, y que se sabe que cuando han pasado 45 días, el cerco tiene una altura de 2,55 m.

- Determine la expresión que modela la altura del cerco vivo en función del tiempo.
- Suponga que usted llega a un lugar cuyo cerco es cortado en un lapso de dos meses. Grafique el comportamiento de la altura en esta situación.

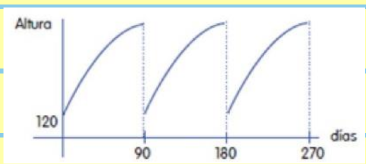
a. Estudio de la situación real:

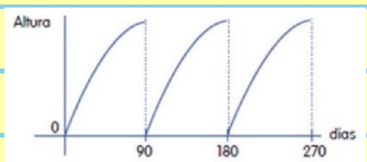
- Elaborar una lista de términos, expresiones o datos que reconocen en la situación presentada.
- Seleccionar y relacionar entre los términos, expresiones o datos que consideren que dan solución al problema planteado. Por ejemplo, de la situación:

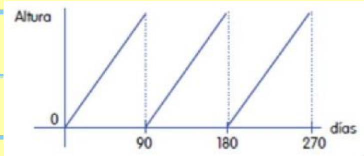
  - Cerco vivo
  - Altura de la planta de 2 m
  - Recomendable tres plantas por metro lineal
  - Podar en forma recta
  - Podar el cerco en forma de prisma recto
  - Jardinero corta la planta a una altura de 120 cm
  - Altura de la planta en 45 días: 2,25 m
  - Altura máxima de la planta en 90 días
  - ¿Cuál será la altura de la planta a los 45 días, 50 días y 90 días?
  - ¿Cómo te puede ayudar esta información para dar solución al problema?

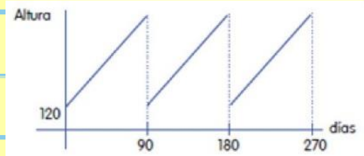
b. Elaboración del modelo matemático:

Sin usar un instrumento o recursos adicionales, ¿cómo crees que sería el comportamiento del crecimiento de la planta y su corte periódico?
Las y los estudiantes expresarán variadas formas de representación en las que se reconocerán diversas formas de interpretar los datos.









Para la primera pregunta se dan tres datos sobre la altura de la planta:

- Recién cortado
- Al cabo de 45 días
- Al cabo de 90 días

A partir de los supuestos planteados, reconocen que la función que describe el
comportamiento de la planta es una función cuadrática.

c. Solución del modelo:

$f(t) = at^2 + bt + c$, con $a \neq 0$

Cuando $t = 0$, $\quad f(0) = 120 \Rightarrow a(0)^2 + b(0) + c = 120$

$\Rightarrow c = 120$

Cuando $t = 45$, $\quad f(45) = 255 \Rightarrow a(45)^2 + b(45) + 120 = 255$

$\Rightarrow 2025a + 45b = 135$

Cuando $t = 90$, $\quad f(90) = 300 \Rightarrow a(90)^2 + b(90) + 120 = 300$

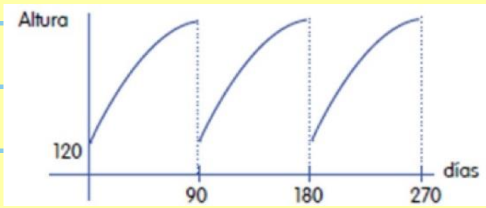
$\Rightarrow 8100a + 90b = 180$

d. Validación del modelo:

Sin usar un instrumento o recursos adicionales, ¿cómo crees que sería el comportamiento del crecimiento de la planta y su corte periódico?

Para esta actividad es importante que las y los estudiantes reconozcan que:

- La función tiene un coeficiente de posición distinto de cero (se observa que c = 120 cm), por lo que el origen del sistema no está en el inicio del crecimiento de la planta (altura igual a 0), sino a partir del corte realizado por el jardinero.
- Es importante hacer un diagrama de la trayectoria del crecimiento de la planta.



Reflexiona

1. ¿Por qué es importante el uso de estrategias en la construcción de conocimientos matemáticos?
2. Plantea otra estrategia que te permita el desarrollo de la competencia

Comprueba

Después de haber leído y reflexionado sobre lo presentado en esta primera sesión, te invitamos a resolver el cuestionario de autoevaluación.

1. Si una o un estudiante realiza la valoración sobre la altura de una persona y compara con su propia altura, dicha acción ¿a qué tipo de estimación corresponde?

a) Consiste en valorar una cantidad o el resultado de una operación aritmética.
b) Estimación de cálculo
c) Estimación de medida discreta
d) Estimación de medida continua

2. Un estudiante desea realizar un estudio para la cual desea determinar de manera aproximada el número de personas que hay en una comunidad.

a) Consiste en valorar una cantidad o el resultado de una operación aritmética.
b) Estimación de cálculo
c) Estimación de medida discreta.
d) Estimación de medida continua.

3. De acuerdo a los estudios realizados sobre procedimientos de estimación se distinguen tres tipos de procesos: de reformulación, de traslación y de comprensión. En este sentido, el cambiar la cifra de la derecha de un número por ceros con el siguiente criterio, si la última cifra es mayor o igual que cinco, tenemos que aumentar la cifra que le precede en una unidad (exceso), en otro caso, se deja igual (defecto). Se refiere a:

a) Proceso de reformulación
b) Proceso de traslación
c) Proceso de comprensión
d) Proceso de truncamiento

4. Truncar consiste en cambiar por ceros los dígitos de un número a partir de un determinado orden de unidades. En ese sentido, podemos tener un mayor error en los cálculos. Lo afirmado corresponde al tipo de:

a) Estrategias de estimación

b) Proceso de compensación

c) Proceso de traslación

d) Proceso de reformulación

5. ¿Cuál de las siguientes alternativas no corresponde a un proceso de reformulación?

a) Redondear

b) Truncar

c) Traslación

d) Sustituir

BIBLIOGRAFÍA

Cervantes Gómez, L. & otros, (2015). Modelización matemática. Principios y aplicaciones. Textos científicos-Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Barrera, F. (1999). Métodos y técnicas participativas para el logro de un aprendizaje significativo en Matemáticas. (Propuesta didáctica para obtener el Grado de Maestría en Enseñanza de las Ciencias con especialidad en Matemática). Universidad Autónoma de Nuevo León, Nuevo León, México.

Ministerio de Educación. (2015). Rutas del aprendizaje, ¿qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Editorial Amauta Impresiones comerciales S.A.C.

Zamorano, A (2014), El conocimiento matemático para enseñar movilizando en situaciones de contingencia. XVIII Jornadas de Educación Matemática. Santiago de Chile. USACH