

Programa de fortalecimiento de competencias de docentes usuarios de dispositivos electrónicos portátiles



Integración de las tabletas al proceso de enseñanza aprendizaje de acuerdo al nivel real - I
Nivel de Secundaria - Matemática

Unidad 1: Conocimientos claves para el desarrollo de las competencias del área de Matemática



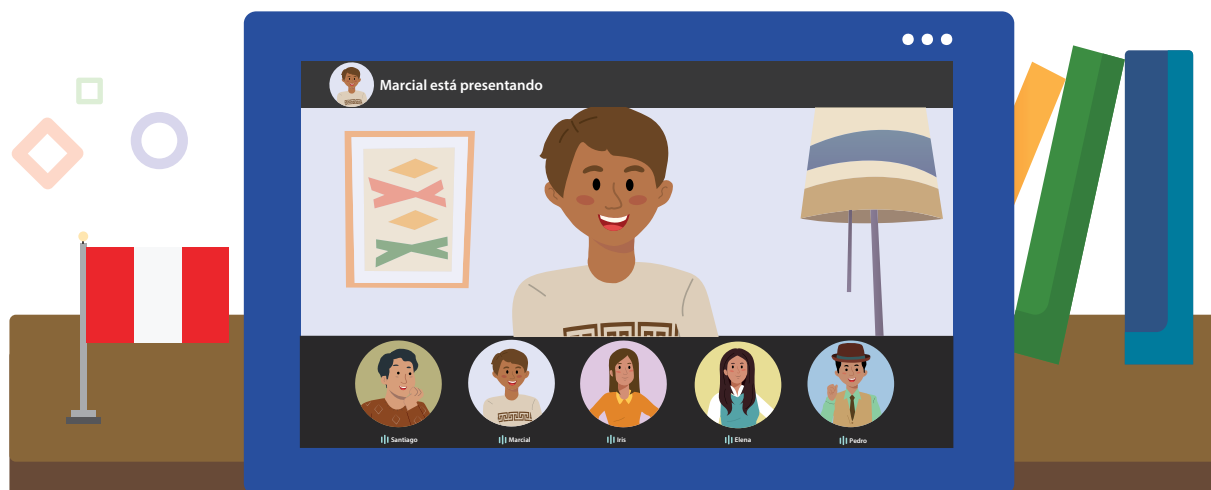
Sesión 4

Una mirada a la resolución de problemas en secundaria - 2



Partiendo desde la práctica pedagógica

A continuación se presenta un diálogo de dos docentes respecto a una situación determinada.



Caso: El jardín de la institución educativa

La directora de una IE desea cercar un jardín de forma rectangular, y tiene 60 metros de listones de madera para hacerlo. Ella desea que el jardín tenga la mayor superficie posible. ¿Qué dimensiones tendrá el jardín?

Una vez presentada la situación, dos docentes dialogan sobre qué competencia relacionada con el área de Matemática ayudaría a resolver el problema.

Docente 1: La situación nos habla de una forma rectangular. Con el dato dado, debo calcular el área. Por eso, creo que esta situación nos permite desarrollar la competencia **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización**.

Docente 2: Los datos que presenta la situación dicen que el jardín es rectangular, y que debemos lograr que tenga la mayor superficie posible usando los 60 listones de madera. Entonces, para poder conocer cuál es dicha superficie, mediante la estrategia ensayo-error, podríamos llegar a modelar y encontrar la mayor superficie posible. Por eso, creo que la situación se ajusta más al desarrollo de la competencia **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio**.



Reflexiona

De acuerdo con el diálogo presentado:

1. ¿Cuál de las dos opiniones crees que se ajusta más para el desarrollo de la competencia **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio**? Explica.



El Programa Curricular de Educación Secundaria, aprobado por Resolución Ministerial N.º 0649-2016-MINEDU, nos explica que para identificar las necesidades de aprendizaje de las y los estudiantes se requiere comprender cada una de las competencias –para nuestro caso, aquellas relacionadas con el área de Matemática– y la articulación con sus capacidades, estándares de aprendizaje y desempeños de grado.

En este sentido, es necesario realizar un análisis de cada una de las competencias.

Competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Consiste en que el estudiante logre caracterizar equivalencias y generalizar regularidades y el cambio de una magnitud con respecto a otra, a través de reglas generales que le permitan encontrar valores desconocidos, determinar restricciones y hacer predicciones sobre el comportamiento de un fenómeno. Para ello, plantea ecuaciones, inecuaciones y funciones, y usa estrategias, procedimientos y propiedades para resolverlas, graficarlas o manipular expresiones simbólicas. Así también, razona de manera inductiva y deductiva, para determinar leyes generales mediante varios ejemplos, propiedades y contraejemplos.

Capacidades

Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas

Significa transformar los datos, valores desconocidos, variables y relaciones de un problema en una expresión gráfica o algebraica (modelo) que generalice la interacción entre estos. Implica también evaluar el resultado o la expresión formulada con respecto a las condiciones de la situación, y plantear preguntas o problemas a partir de una situación o una expresión.

Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas

Consiste en expresar su comprensión de la noción, concepto o propiedades de los patrones, funciones, ecuaciones e inecuaciones estableciendo relaciones entre estas, usando lenguaje algebraico y diversas representaciones; así como interpretar información que presente contenido algebraico.

Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales

Es seleccionar, adaptar, combinar o crear procedimientos, estrategias y algunas propiedades para simplificar o transformar ecuaciones, inecuaciones y expresiones simbólicas que permitan resolver ecuaciones, determinar dominios y rangos, representar rectas, parábolas y diversas funciones.

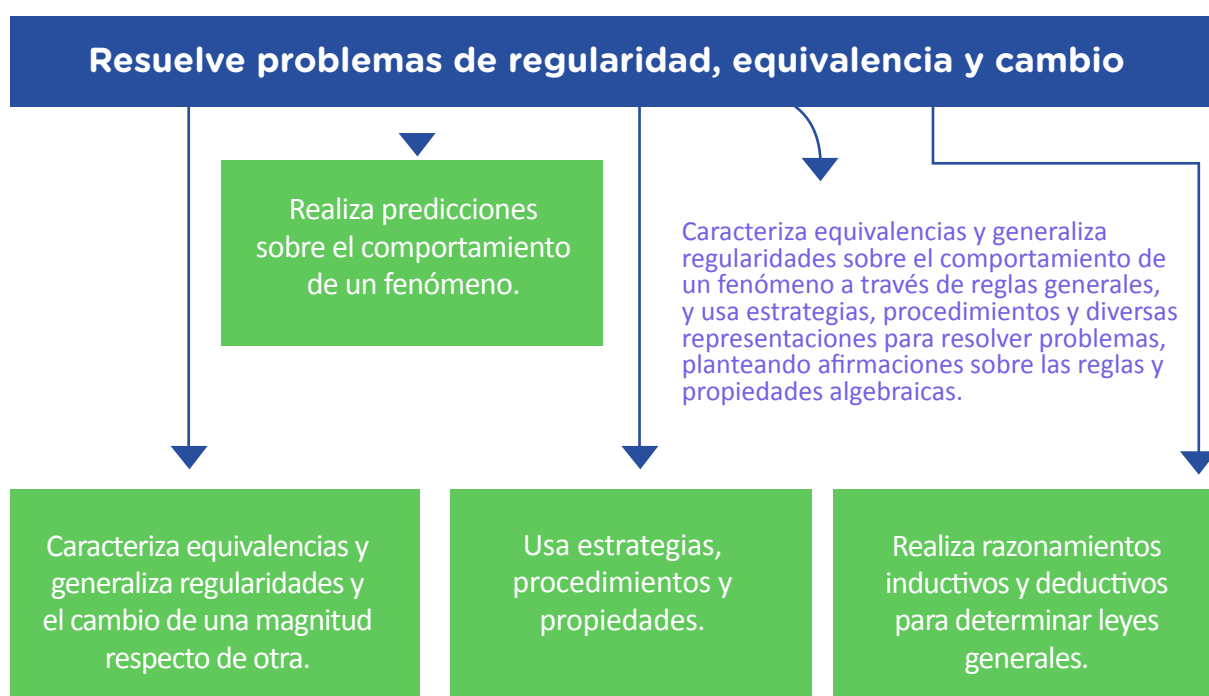
Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia

Significa elaborar afirmaciones sobre variables, reglas algebraicas y propiedades algebraicas, razonando de manera inductiva para generalizar una regla y de manera deductiva probando y comprobando propiedades y nuevas relaciones.

Lo primero que debemos hacer es comprender lo que implica la competencia **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio**, para lo cual señalaremos de color algunas ideas claves que nos ayuden a comprender por qué es importante esta competencia; y, finalmente, realizaremos un esquema que nos ayude a dicha comprensión.

1. Competencia: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Consiste en que la o el estudiante logre **caracterizar equivalencias y generalizar regularidades y el cambio de una magnitud con respecto de otra**, a través de reglas generales que le permitan encontrar valores desconocidos, **determinar restricciones y hacer predicciones sobre el comportamiento de un fenómeno**. Para ello **plantea ecuaciones, inecuaciones y funciones**, y **usa estrategias, procedimientos y propiedades para resolverlas, graficarlas o manipular expresiones simbólicas**. Así también, **razona de manera inductiva y deductiva**, para **determinar leyes generales** mediante varios ejemplos, propiedades y contraejemplos.



El diagrama presentado nos habla de la competencia **Resolver problemas de regularidad, equivalencia y cambio**, que implica caracterizar equivalencias y generalizar regularidades sobre el comportamiento de un fenómeno a través de reglas generales, y usar estrategias, procedimientos y diversas representaciones para resolver problemas, planteando afirmaciones sobre las reglas y propiedades.

Conocimientos claves para la comprensión de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Para una mejor comprensión, es importante responder algunas preguntas sobre temas que nos pueden generar dudas.

a. ¿Qué estamos comprendiendo por regularidad en la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio?

En los estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanía propuestas por el Ministerio de Educación de Colombia el año 2006, se afirma que las regularidades deben ser entendidas como unidades de repetición, y estas se encuentran en sucesiones o secuencias que representan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro, en un orden fijo o de acuerdo con un patrón.

Así mismo, los *Mapas de progreso de cambios y relaciones* propuestos por el Ministerio de Educación del Perú en el año 2013 indican lo que implica la generalización de patrones, que consiste en identificar, interpretar y representar la regularidad existente en diferentes sucesiones a través de una expresión general que modele el comportamiento de sus términos o fenómenos.

Los *Mapas de progreso de cambio y relaciones* de 2013 nos plantean la siguiente situación.

a. Decorando con patrones

TAREA 1

DECORANDO CON PATRONES

Los estudiantes de cuarto grado están decorando su salón con una cadena de banderas formando una secuencia.



- Dibuja la bandera que sigue.
- ¿Cómo sabes que esa es la bandera que sigue? Explica.

Comentario: La estudiante o el estudiante completa el término desconocido en una sucesión gráfica con patrones de repetición que combinan criterios perceptuales que consideran color, forma y posición de los elementos de la figura, y describe el patrón a partir de sus características. En el ejemplo, dibuja la bandera que continúa en la cadena que están armando las y los estudiantes y describe los criterios que reconoció en el patrón de la sucesión: que los triángulos pequeños están con los colores alternados, que estos están colocados dos arriba y dos abajo, y que los triángulos negros grandes están, en forma alternada, arriba y abajo.

b. ¿Qué estamos comprendiendo por equivalencia en la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio?

Implica la comprensión y uso de igualdades y desigualdades que permite determinar valores desconocidos y establecer equivalencias entre expresiones algebraicas (Mapas de progreso, 2013).

En los Mapas de progreso de cambio y relaciones de 2013 se nos plantea la siguiente situación.

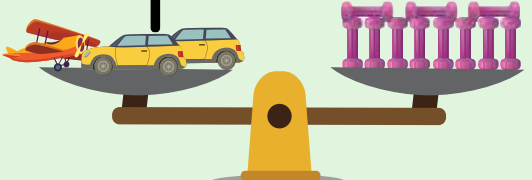
TAREA 3

MANTENIMIENTO EL EQUILIBRIO EN LA BALANZA

Alonso observa que tres aviones pesan igual que 9 pesas, como se presenta en la balanza.



Alonso también observa que un avión y dos carros pesan igual que 11 pesas.



- ¿Cuánto pesa un carro?
- Explica cómo hallaste tu respuesta.

Comentario: La estudiante o el estudiante establece equivalencias entre dos expresiones al relacionar los aviones y las pesas a partir de la información de la balanza en equilibrio. En la primera balanza reparte las pesas y los aviones para se mantenga el equilibrio y descubre que un avión equivale a tres pesas, mientras que en la segunda balanza descuenta el peso del avión y luego determina el peso del carrito. Esto evidencia que es capaz de encontrar el valor desconocido en una igualdad y describir su proceso.

c. ¿Qué estamos comprendiendo por cambio en la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio?

Implica identificar e interpretar relaciones entre dos magnitudes, analizar la naturaleza del cambio y modelar situaciones o fenómenos del mundo real con la finalidad de formular y argumentar predicciones.

En los *Mapas de progreso de cambios y relaciones* de 2013 se nos plantea una situación sobre el crecimiento de Daniela.

b. El crecimiento de Daniela

TAREA 2

EL CRECIMIENTO DE DANIELA

Observa los datos de la tabla en la que se registró la talla de Daniela en diferentes momentos de su vida.

Edad	Talla
0 años	52 cm
3 años	105 cm
6 años	112 cm
9 años	122 cm
12 años	155 cm
15 años	165 cm
18 años	165 cm
21 años	165 cm
24 años	165 cm

- Explica: ¿qué pasa con la talla de Daniela cuando aumenta su edad?

Comentario: El estudiante o la estudiante interpreta información contenida en la tabla, y la utiliza para explicar las relaciones de cambio que se dan entre las dos magnitudes: la edad y la talla de Daniela. En el ejemplo, es capaz de identificar y explicar que, a medida que pasan los años, aumenta la talla de la niña, pero que, a partir de los 15 años, deja de crecer, lo que nos brinda evidencia de su capacidad para identificar y describir que entre dos magnitudes se dan relaciones cambiantes; por ejemplo, reconoció que en un periodo de tiempo ambas magnitudes pueden aumentar, mientras que, en otro, solo una de ellas aumenta.

1.1. Competencia: Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Competencia **Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre** consiste en que el o la estudiante analice datos sobre un tema de interés o estudio o de situaciones aleatorias, que le permitan tomar decisiones, elaborar predicciones razonables y conclusiones respaldadas en la información producida. Para ello, recopila, organiza y representa datos que le dan insumos para el análisis, interpretación e inferencia del comportamiento determinista o aleatorio de la situación usando medidas estadísticas y probabilísticas.

Capacidades

Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilidades

Es representar el comportamiento de un conjunto de datos, seleccionando tablas o gráficos estadísticos, medidas de tendencia central, de localización o dispersión. Reconocer variables de la población o la muestra al plantear un tema de estudio. Implica, también, el análisis de situaciones aleatorias y la representación de la ocurrencia de sucesos mediante el valor de la probabilidad.

Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos

Es comunicar su comprensión de conceptos estadísticos y probabilísticos en relación con la situación. Leer, describir e interpretar información estadística contenida en gráficos o tablas provenientes de diferentes fuentes.

Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos

Consiste en seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de procedimientos, estrategias y recursos para recopilar, procesar y analizar datos, así como en el uso de técnicas de muestreo y el cálculo de las medidas estadísticas y probabilísticas.

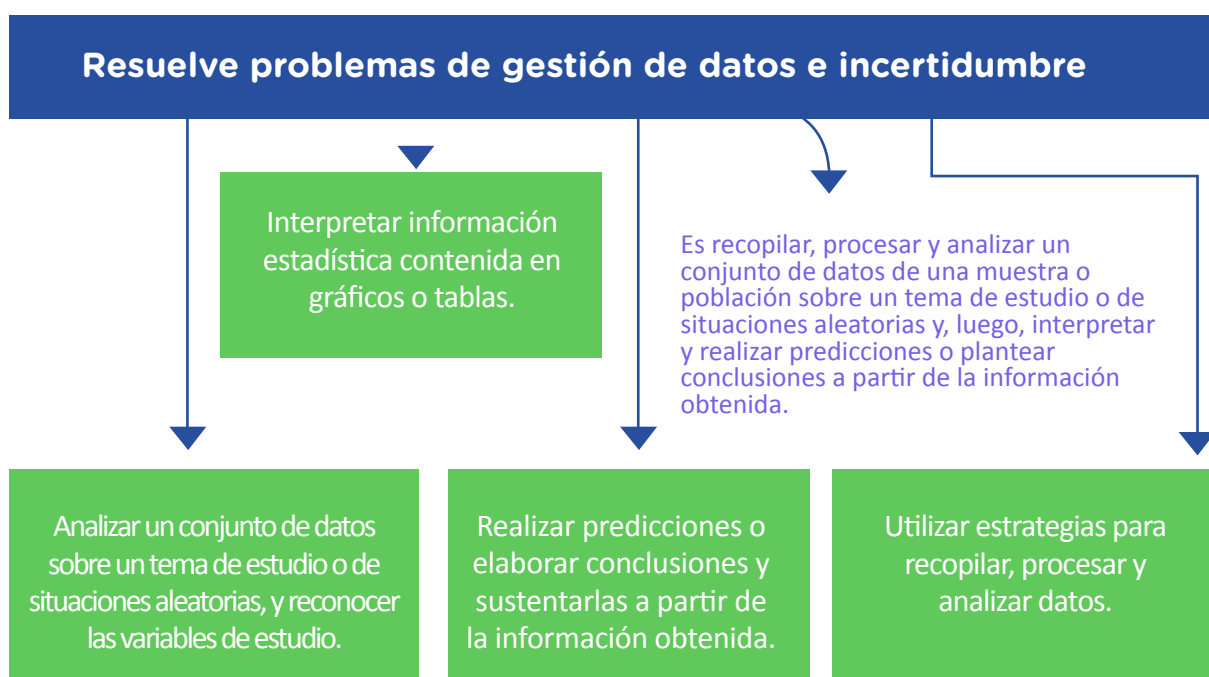
Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida

Es tomar decisiones, hacer predicciones o elaborar conclusiones y sustentarlas con base en la información obtenida del procesamiento y análisis de datos, así como de la revisión o valoración de los procesos.

Lo primero que debemos hacer es comprender lo que implica la competencia **Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre** para lo cual señalaremos de color algunas ideas claves que nos ayuden a entender por qué es importante esta competencia, y, finalmente, realizaremos un esquema que nos ayude a dicha comprensión.

1.2. Competencia: Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Consiste en que el o la estudiante **analice datos sobre un tema de interés o estudio de situaciones aleatorias** que le permitan tomar decisiones, **elaborar predicciones razonables y conclusiones respaldadas en la información producida** para ello, el o la estudiante **recopila, organiza y representa datos que le dan insumos para el análisis, interpretación e inferencia del comportamiento determinista o aleatorio** de la situación **usando medidas estadísticas y probabilísticas**.



El diagrama presentado nos habla sobre la competencia **Resolver problemas de gestión de datos e incertidumbre** que implica recopilar, procesar y analizar un conjunto de datos de una muestra o población sobre un tema de estudio o de situaciones aleatorias y, luego, interpretar y realizar predicciones o plantear conclusiones a partir de la información obtenida.

1.3. Conocimientos claves para la comprensión de la competencia **Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre**

Para una mejor comprensión, es importante responder algunas preguntas sobre temas que nos pueden generar dudas.

a. ¿Qué significa gestión de datos en la competencia **Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre**?

En muchos casos se ha observado que algunos y algunas docentes plantean actividades referidas a un conjunto de datos dados; por ejemplo, sobre la edad de los niños, les piden elaborar una tabla de frecuencias estadísticas, realizar el gráfico estadístico y calcular todas las medidas de tendencia central. Esto sucede porque no estamos comprendiendo de forma adecuada la competencia; por ejemplo, reconocer el tipo de variables que involucra el conjunto de datos, qué frecuencias debo considerar en la tabla si la variable es cualitativa o es cuantitativa; qué tipo de gráfico estadístico es pertinente si la variable es cualitativa o cuantitativa. Todo ello nos lleva a la siguiente pregunta: ¿qué implica, en sí, la gestión de datos?

De acuerdo con *Estándares de aprendizaje de la matemática*, publicado por el Instituto para el Desarrollo de la Calidad de la Educación de la Universidad de Humboldt de Berlín, Alemania, el desarrollo de la competencia consiste en poder comprender, por ejemplo, reportes serios producidos por departamentos estadísticos, no solo artículos periodísticos problemáticos. Es preciso partir de las propias experiencias de las y los estudiantes para seguir las distintas fases de una investigación estadística.

El mismo texto nos manifiesta que una investigación estadística completa presenta varias fases, que se pueden caracterizar mediante el planteamiento del problema, la planificación, el recojo de datos, el análisis de los datos, la interpretación, la conclusión y el reporte de los resultados.

En *Mapas de progreso de cambio y relaciones* de 2013 aparece la siguiente situación.

Investigando sobre los gustos y preferencias

TAREA 1

Investigando sobre los gustos y preferencias

La profesora de Matemática propone a sus estudiantes investigar sobre algunas interrogantes que se hagan con respecto a las actividades o gustos que tienen los jóvenes de su misma edad. Los alumnos presentaron varias propuestas, explicaron sus razones y luego decidieron trabajar la propuesta de Arturo.

Él está interesado en conocer cuánto tiempo al día dedica un estudiante de 5.º de secundaria de su colegio a chatear con sus conocidos.

- a. **¿Qué variables estadísticas pueden estar involucradas en el estudio propuesto por Arturo?** Indique tres posibles variables estadísticas.
- b. **Determina cuál será la muestra apropiada para realizar el estudio propuesto por Arturo.** Justifica tu respuesta describiendo las características de este grupo de personas.
- c. **Realizado el estudio, se han recogido las siguientes preguntas:**

I. **¿Cuál es el tipo de medio que utilizas para chatear?**

II. **¿Cuánto tiempo chateas al día?**

Determina el tipo de tabla y de gráfico que permita una mejor representación de los datos recogidos en cada una de las preguntas presentadas. **Justifica** tus elecciones.

Comentario: La estudiante o el estudiante identificará el tema de estudio en una investigación. A partir de él, propone un conjunto de variables por considerar y la población objetivo a quien estará dirigida. Relacionará el tipo de datos que proporciona cada variable con la organización en tablas y gráficos más conveniente. Identificará qué tipo de gráfico es pertinente para cada tipo de variable. Finalmente, justificará su elección y mostrará mediante ejemplos la disposición de los datos en las tablas.

b. ¿Qué significa incertidumbre en la competencia Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre?

Nuestra vida cotidiana está ligada a situaciones que tienen que ver con la casualidad o eventualidad, y muchas de ellas desde edades muy tempranas, como por ejemplo si el día estará soleado o nublado, entre otras.

En lo que concierne al aspecto de la probabilidad y el azar, *Estándares de aprendizaje de la matemática*, ya citado, afirma: “el reto de una clase orientada hacia la educación básica consiste en que el trabajo con probabilidades no aparente ser ni una matemática de juegos de dados, ni una acrobacia combinatoria, sino algo que —dicho de forma concisa— tiene que ver con la vida... la clase debe brindarles el conocimiento intuitivo y las estrategias intuitivas de los escolares y ofrecerles la oportunidad para una construcción cognitiva de nociones e intuiciones básicas adecuadas. Las simulaciones deben permitir que el azar se experimente y pueda producir material para la modelación”.¹

En Mapas de progreso de cambio y relaciones de 2013¹ se presenta la siguiente situación.

¹ *Estándares de aprendizaje de la matemática*, publicado por el Instituto para el Desarrollo de la Calidad de la Educación de la Universidad de Humboldt de Berlín-Alemania.

¹³ IPEBA. (2013). *Mapas de progreso de los aprendizajes: Matemática Estadística y probabilidad*.

Aplicando probabilidades a situaciones reales

Emplear nuestros conocimientos sobre probabilidades y estadística nos permite tomar decisiones fundamentadas. Uno de esos casos en que ponemos a prueba nuestros conocimientos y capacidades es la situación siguiente; léela atentamente y responde.

Santiago y María han abierto un negocio dedicado a ofrecer el servicio de cuidado de bebés por horas. Ellos han colocado publicidad en diversos locales comerciales del lugar donde viven para poder conseguir clientes y están analizando los pormenores que deben tener en cuenta para poder trabajar eficientemente. Sin embargo, tienen miedo de no poder atender a todos los posibles clientes que se les presenten y piensan que es posible que deban tener personal adicional que pueda ayudarles cuando tengan muchos pedidos en simultáneo.



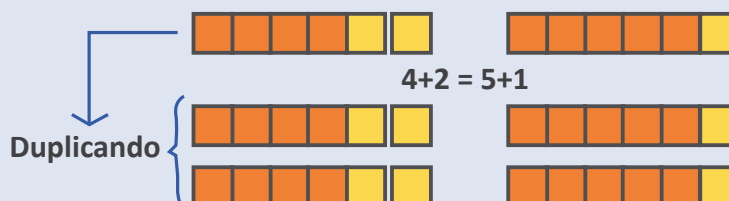
Si la decisión de incorporar una persona más al servicio dependerá del número de semanas en que reciban más de dos llamadas para el mismo horario, ayuda a María y Santiago describiéndoles el proceso que deben seguir para decidir si llegó el momento de contratar a una persona más.

Comentario: La estudiante o el estudiante usará sus conocimientos sobre situaciones aleatorias, de modo que le permitan interpretar las condiciones de la situación planteada y sugerir el procedimiento que deben seguir para recoger, organizar e interpretar datos para identificar la frecuencia de llamadas simultáneas para el servicio de cuidado de bebés. Explicará que los resultados obtenidos representan probabilidades, pero no eventos seguros; por tanto, les brindarán información valiosa para la toma de decisiones.



Después de haber leído y reflexionado sobre lo presentado en esta primera sesión, te invitamos a resolver el cuestionario de autoevaluación.

1. El siguiente gráfico:



Representa a dos expresiones, lo que implica:

- a. Trabajar regularidades en el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.
- b. Trabajar cambio en el desarrollo de la competencia **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.**
- c. Trabajar equivalencias en el desarrollo de la competencia **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.**
- d. La generalización de patrones, que consiste en identificar, interpretar y representar la regularidad.



2. La siguiente situación describe el crecimiento de una planta en relación con los días transcurridos:

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Altura de la planta (cm)	0	0	0	0	1	1	2	3	3	4
Cambio observado	Ha brotado una raíz de la semilla			El tallo está por salir		El tallo y raíces empiezan a crecer				

Y corresponde a la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. ¿Qué permite explicar la situación en el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio?

- a. Explica cómo cambian los términos consecutivos en una sucesión.
- b. Explica cómo se identifican los valores que verifican una desigualdad.
- c. Explica cómo hallar el término desconocido en una igualdad.
- d. Explica la relación de cambio entre dos magnitudes.



3. ¿Qué comprendemos por regularidad en la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio?

- a. Indica que las regularidades deben ser entendidas como unidades de repetición, y que estas se encuentran en sucesiones o secuencias que representan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro, en un orden fijado o de acuerdo con un patrón.
- b. Implica la comprensión y uso de igualdades y desigualdades que permite determinar valores desconocidos y establecer equivalencias entre expresiones algebraicas.

- c. Implica identificar e interpretar relaciones entre dos magnitudes, analizar la naturaleza del cambio y modelar situaciones o fenómenos del mundo real con la finalidad de formular y argumentar predicciones.
- d. Se utiliza para explicar las relaciones de cambio que se dan entre las dos magnitudes.



4. ¿Cuáles son las fases que comprende una investigación estadística de acuerdo con el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre?

- a. Planteamiento del problema, planificación, recojo de datos, análisis de los datos, interpretación de los datos, conclusión y reporte de los resultados.
- b. Determinar las variables de estudio, establecer la población y el tamaño de la muestra y gráficos estadísticos.
- c. Realizar un experimento, elaborar tablas de frecuencias respecto a un experimento aleatorio.
- d. Visualización y reconocimiento, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor.



5. La definición de la competencia Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre nos habla de la recopilación y procesamiento de datos. ¿A qué se refiere con “recopilación y procesamiento de los datos”?

- a. Interpreta información presentada en tablas, gráficos de barras o pictogramas; señala posibles resultados para una determinada situación aleatoria de su entorno; determina si un suceso de su entorno cotidiano es posible o imposible.
- b. Implica el desarrollo de capacidades para identificar, describir, modelar una situación aleatoria, determinar sus componentes (espacio muestral, el contexto y sus restricciones) y estimar la probabilidad de ocurrencia de los sucesos relacionados con ella, con la finalidad de predecirlos y tomar decisiones.
- c. Implica el desarrollo de capacidades para convertir en información los datos procesados mediante la lectura, interpretación, inferencia y valoración de la pertinencia y representatividad de los mismos con la finalidad de tomar decisiones.
- d. Implica el desarrollo de capacidades para trabajar con los datos, recopilarlos, clasificarlos, organizarlos, representarlos y determinar sus medidas descriptivas en función de un propósito, con la finalidad de brindar insumos para la interpretación de los mismos.