Programa de actualización docente en
conocimientos **pedagógicos y disciplinares**

**Curso Virtual**

2024

# Conocimientos ***pedagógicos y disciplinares para*** la práctica docente

## *Nivel de Educación Secundaria – Área de Matemática*

**Unidad 2:**
Conocimientos
***pedagógicos y disciplinares del área de Matemática***

**Sesión 3:**
Desarrollo de la competencia
"***Resuelve problemas de forma, movimiento y localización***"

PERÚ Ministerio de Educación | Formación Docente en Servicio

Ponle Punche y ganamos todos PERÚ

BICENTENARIO PERÚ 2024

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

Morgan Niccolo Quero Gaime
**Ministro de Educación del Perú**

María Esther Cuadros Espinoza
**Viceministra de Gestión Pedagógica**

Eloy Alfredo Cantoral Licla
**Dirección General de Desarrollo Docente**

Ismael Enrique Mañuico Ángeles
**Dirección de Formación Docente en Servicio**

**Nombre del material:** Conocimientos pedagógicos y disciplinares para la práctica docente
Nivel de Educación Secundaria – Área de Matemática
**Año de publicación:** 2024

**Ministerio de Educación del Perú**
Calle del Comercio 193, San Borja
Lima, Perú. Teléfono 615-5800
[www.minedu.gob.pe](www.minedu.gob.pe)

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

# Unidad 2

# Conocimientos pedagógicos y disciplinares del área de Matemática

## Sesión 3

## Desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”

En esta sesión profundizaremos en la comprensión de aspectos clave de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”, como la comprensión de conocimientos sobre polígonos regulares e irregulares, líneas notables en el triángulo, transformaciones geométricas, área y perímetro de figuras bidimensionales, volumen de solidos geométricos, ecuación de la recta y escalas.

### Reflexión de la práctica pedagógica

Partiremos del análisis del siguiente caso:

Un docente ha identificado que sus estudiantes son capaces de realizar teselaciones en un plano con figuras como rectángulos, cuadrados, rombos y romboides. Sin embargo, cuando se les pide que realicen teselaciones con otros cuadriláteros diferentes a los paralelogramos, los estudiantes no logran llevar a cabo lo solicitado.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para que los estudiantes superen esta dificultad?

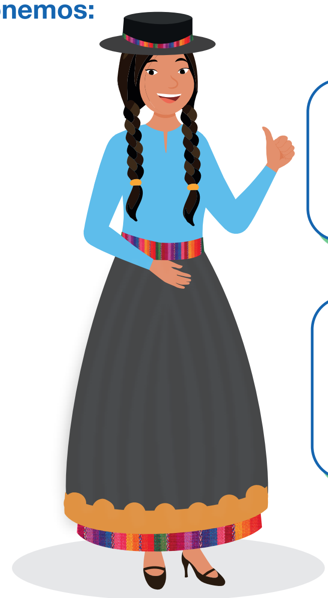
**a.** Entregar la imagen de una teselación realizada con trapezoides simétricos (cometas) y pedir que reconozcan el tipo de cuadrilátero utilizado.

**b.** Entregar piezas de cartulina en forma de trapecios, todas congruentes, y pedir que realicen traslaciones y giros de modo que les permita realizar teselaciones del plano.

**c.** Entregar bloques lógicos geométricos (triángulos, cuadrados, rectángulos y hexágonos) del mismo tamaño, y pedir que ellos mismos exploren con cuales de estos bloques pueden realizar teselaciones en el plano y con cuáles no.

Fuente: Minedu (s. f.). Evaluaciones Anteriores.
https://acortar.link/CiXBpY

**Reflexionemos:**



- ¿Qué patrón siguen las teselaciones y qué aspectos se deben tener en cuenta para qué recubran completamente una superficie plana?

- ¿De qué manera la situación del caso planteado favorece un aprendizaje significativo de la matemática en situaciones de forma, movimiento y localización?

## Comprensión de conocimientos y saberes

Para resolver este caso y otros que te presentaremos, analizaremos lo siguiente:

**3.1 Polígonos regulares e irregulares**

**3.2 Líneas notables en el triángulo**

**3.3 Transformaciones geométricas**

**3.4 Área y perímetro de figuras bidimensionales**

**3.5 Volumen de sólidos geométricos**

**3.6 Ecuación de la recta**

**3.7 Posiciones relativas de dos rectas**

**3.8 Escalas**

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

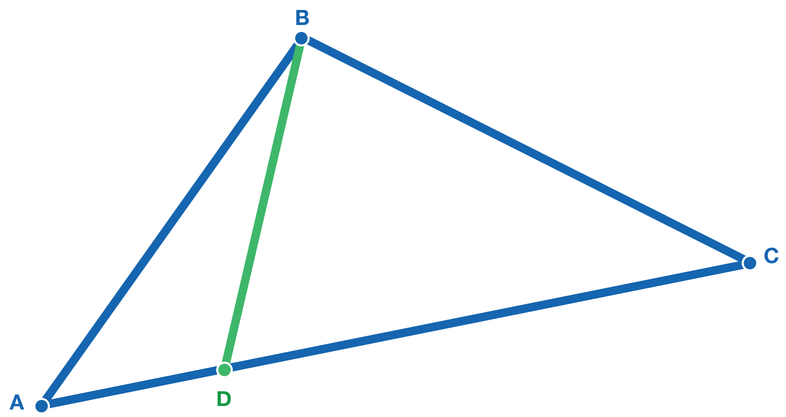
### 3.1 Polígonos regulares e irregulares

Se dice que un polígono es regular cuando es convexo y tiene todos sus lados y ángulos iguales. Y es irregular cuando todos sus lados y ángulos son distintos.

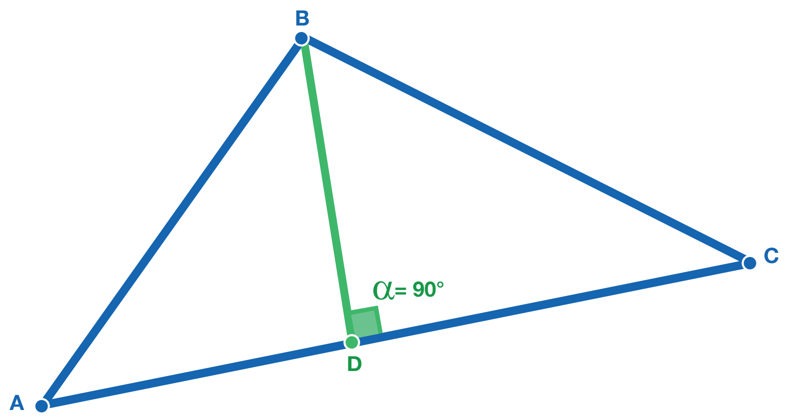
### 3.2 Líneas notables en el triángulo

En un triángulo se pueden trazar segmentos notables que presentan características y propiedades importantes. Entre estas líneas tenemos: la ceviana, la altura, la mediana y la bisectriz.

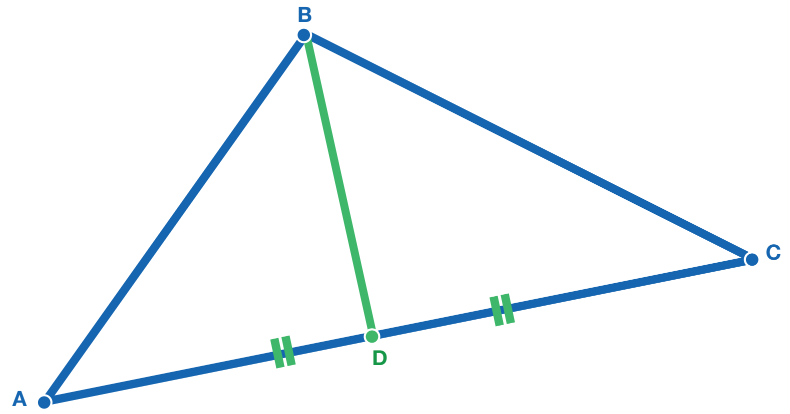
La **ceviana** de un triángulo es un segmento que presenta como extremos uno de los vértices y un punto ubicado del lado opuesto a dicho vértice (ceviana interior), o en la prolongación de este lado (ceviana exterior). La figura que sigue muestra la ceviana BD del triángulo ABC.



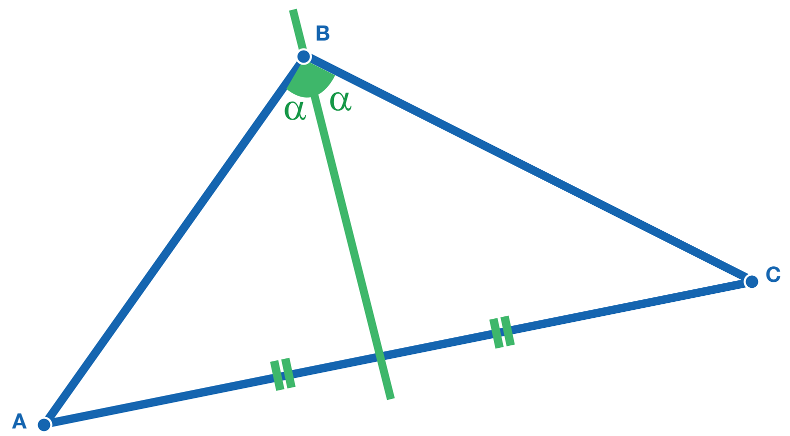

La **altura** de un triángulo es un segmento que parte de un vértice y es perpendicular al lado opuesto a dicho vértice o a su prolongación. La intersección de las tres alturas de un triángulo se denomina **ortocentro.** La figura muestra la altura BD del triángulo ABC.




La **mediana** de un triángulo es un segmento que conecta uno de sus vértices con el punto medio del lado opuesto a dicho vértice. La intersección de las tres medianas de un triángulo se denomina **baricentro**. La figura muestra la mediana BD del triángulo ABC.



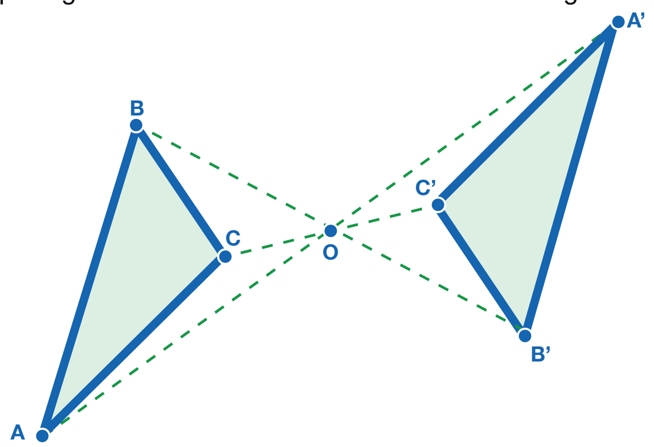

La **bisectriz** de un triángulo es un segmento de recta que divide un ángulo en dos ángulos iguales. La intersección de las tres bisectrices de un triángulo se denomina **incentro.**




### 3.3 Transformaciones geométricas

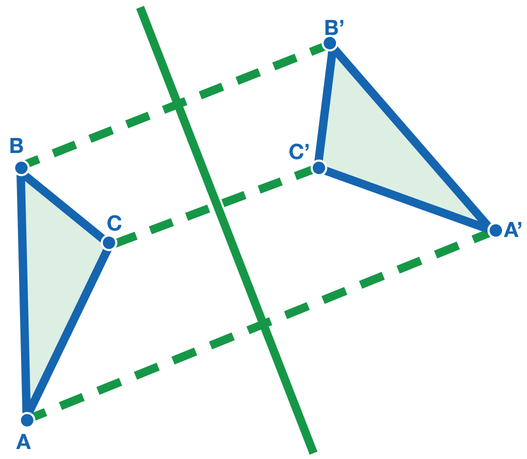
Las transformaciones geométricas son las operaciones que posibilitan crear una nueva figura que es homóloga a la dada inicialmente. Algunas de las transformaciones geométricas más comunes son: traslación, rotación, simetría, homotecia.

La **simetría** es la transformación de una figura de modo que, al girarla respecto de un punto o de una recta, hace coincidir con exactitud la figura transformada sobre la figura dada. Cuando la figura simétrica se realiza a través de un punto O, se dice que es una simetría **central**, es decir, si se hace que cada punto P de una figura corresponda a un punto P’ en la figura simétrica, el punto O resulta ser el punto medio del segmento PP’. La figura que sigue muestra la simetría central de un triángulo respecto del punto O.

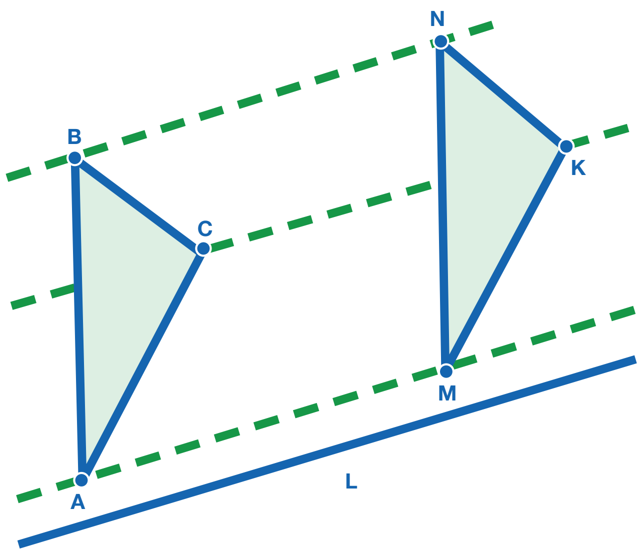


MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

Cuando la figura simétrica resulta de realizar la transformación a través de una recta, se le reconoce como **simetría axial,** es decir, si a cada punto P de una figura se le hace corresponder con un punto P' en la figura simétrica, la recta resulta ser la mediatriz del segmento PP'. La figura muestra la simetría axial de un triángulo respecto de la recta L.

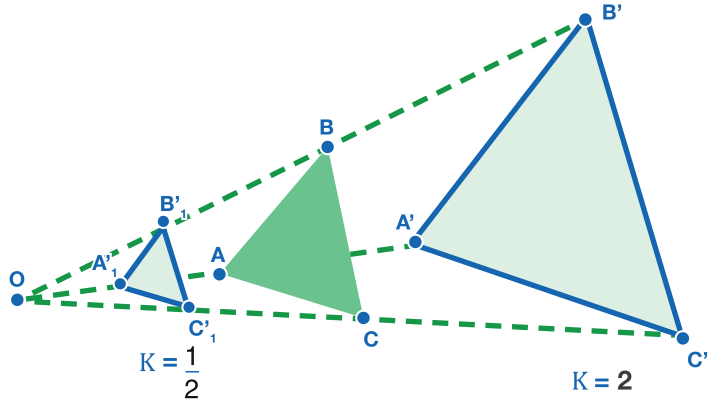



La **traslación** es una transformación que involucra un movimiento rectilíneo de la figura según una dirección dada, es decir, cada punto de la figura se traslada en la misma dirección y una misma distancia. La figura siguiente muestra la traslación de seis unidades de un triángulo ABC en dirección de la recta L.




La homotecia es una transformación geométrica plana en la que, a partir de un punto fijo llamado centro (O), se multiplican las distancias por un factor común (factor de homotecia k). De esta forma, cada punto P corresponde a otro punto P' producto de la transformación, y estos se encuentran alineados con el punto O.

En la siguiente imagen se han realizado dos homotecias al triángulo ABC. Como se puede observar, cuando el factor es k=2, la figura resultante, el triángulo A'B'C', es una ampliación de la figura original. Sin embargo, cuando el factor es k=1/2, la figura resultante es el triángulo $A'_1B'_1C'_1$.



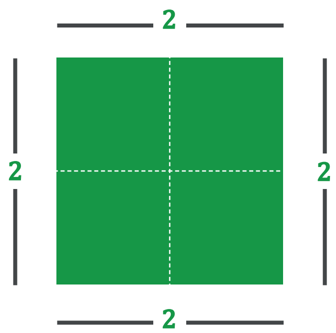

Por tanto, podemos decir que cuando $k>1$, la figura resultante de la homotecia es una ampliación de la original; y cuando $0<k<1$, la figura resultante de la homotecia es una reducción de la original.

Una manera de que nuestros estudiantes aprendan las transformaciones en el plano (simetría, rotación, traslación) es por medio de los teselados.

Teselar el plano es recubrirlo con figuras que generan un patrón y que crean una superficie homogénea con una regularidad que no deja aberturas ni superposiciones entre las figuras.

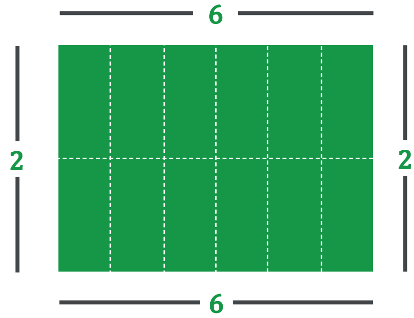
### 3.4 Área y perímetro de figuras bidimensionales

El área de una figura bidimensional es la medida de la superficie que queda limitada por el contorno de dicha figura. Por ejemplo, un cuadrado de lado igual a 2 unidades tiene un área igual a 4 unidades cuadradas.




Área $= 2 \text{ X } 2 = 2^2 = 4$

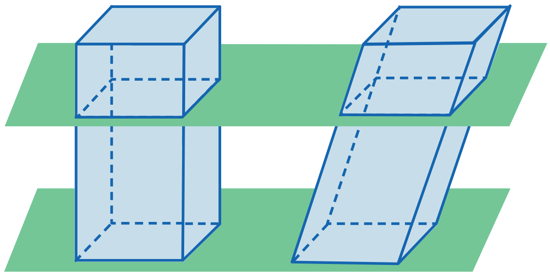
El perímetro es una longitud que corresponde al contorno de una figura geométrica. En el caso de figuras poligonales, el perímetro se obtiene sumando la medida de sus lados. Por ejemplo, si se tiene un rectángulo de largo y ancho igual a 6 y 2 unidades respectivamente, el perímetro de dicho rectángulo es igual a 16 unidades.




Perímetro $= 6+6+2+2 = 16$

### 3.5 Volumen de sólidos geométricos

El principio de Cavalieri indica: “Si dos sólidos, al ser cortados por planos paralelos, producen siempre secciones de igual superficie, entonces estos cuerpos tienen el mismo volumen”. Por ejemplo, en la siguiente figura[1] podemos darnos cuenta de que los dos sólidos tienen el mismo volumen, dado que presentan la misma; y al hacer un corte transversal a cualquier altura en ambos sólidos, el área contendida en dicha sección del plano es la misma.



### 3.6 Ecuación de la recta

La recta es un elemento compuesto por un conjunto infinito de puntos que están representados en la misma dirección. La ecuación de una recta relaciona de forma lineal los valores de dos variables. Cuando se conoce la pendiente de la recta, denotada por m, y un punto de paso $P(x_0;y_0)$, la recta se puede representar como:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Si se conoce la pendiente de la recta denotada por m y el punto de corte de la recta con el eje Y, denotado por b, la recta se puede representar como $y=mx+b$.

Por otro lado, si se conocen las coordenadas de dos puntos que pertenecen a una misma recta: $A(x_1;y_1)$ y $B(x_2;y_2)$, la pendiente m se puede hallar como $m = \frac{y_2-y_1}{x_1-x_2}$.

Tenemos, por ejemplo, los puntos de una recta $A(-3;1)$ y $B(1;5)$. La pendiente queda definida como $m = \frac{5-1}{1-(-3)} = \frac{4}{4} = 1$ Si tomamos el punto $A(-3;1)$, entonces la ecuación de la recta quedaría como $y-1=1(x-(-3))$, de donde se obtendría $y=x+4$.

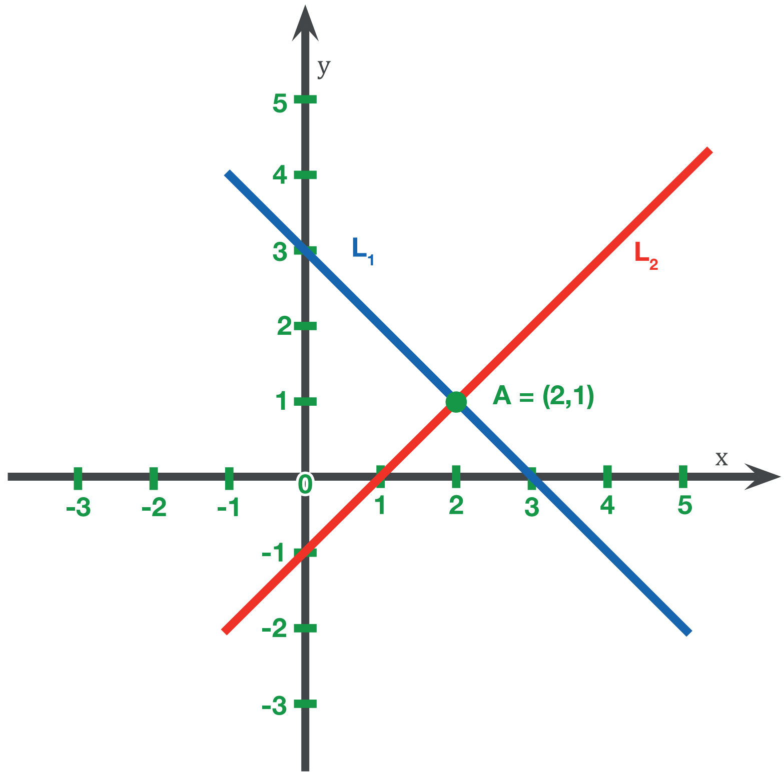
### 3.7 Posiciones relativas de dos rectas

Según la posición que presenten dos rectas en el plano, se pueden distinguir tres casos: rectas secantes, rectas paralelas y rectas coincidentes.

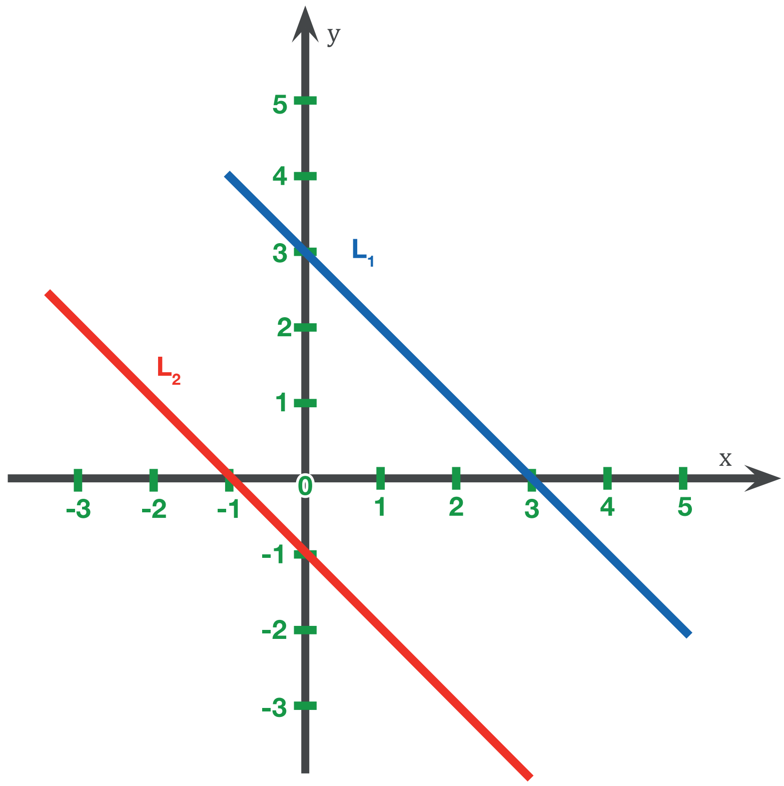
Las **rectas secantes** son aquellas que se intersecan únicamente en un punto. La figura que sigue muestra las rectas $L_1$:$x+y=3$ y $L_2$:$x-y=1$, que son secantes y se intersecan en el punto $(2;\ 1)$. Aquí se presenta un caso particular de rectas secantes, que ocurre cuando estas son perpendiculares. Una propiedad de estas rectas es que el producto de sus pendientes es igual a -1.

1 Figura tomada de https://calculo.cc/temas/temas_geometria/volumen/imagenes/teoria/cavalieri/t_1_2.gif

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

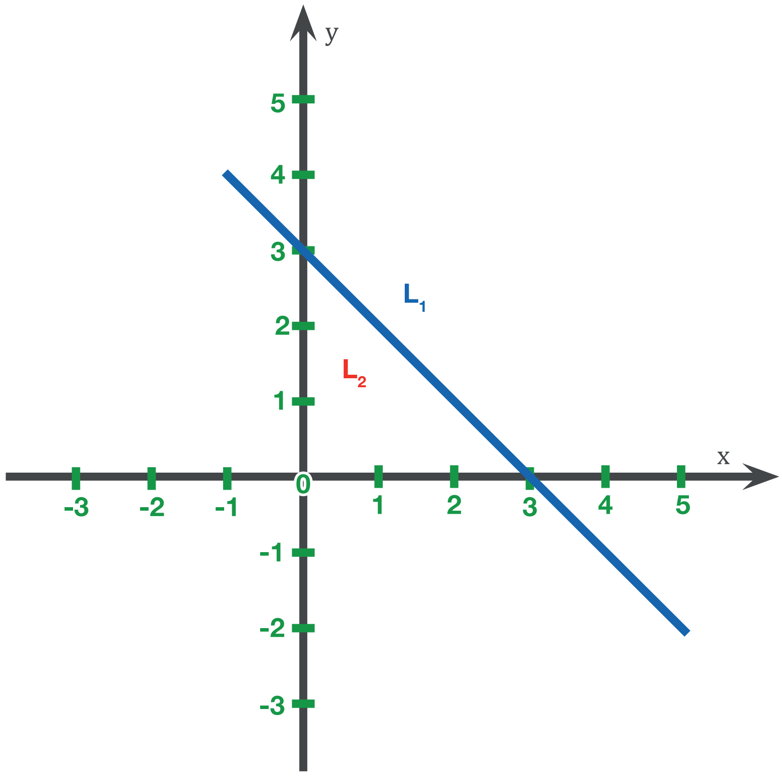



Las **rectas paralelas** son aquellas que no se intersecan en ningún punto. La figura a continuación muestra las rectas $L_1$:x+y=3 y $L_2$:x+y=-1, que son paralelas. Las pendientes de ambas rectas son iguales.



MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

Las **rectas coincidentes** son aquellas que se intersecan en todos sus puntos. La figura siguiente muestra las rectas $L_1$:x+y=3 y $L_2$:2x+2y=6, que son coincidentes. Las ecuaciones de las rectas son idénticas luego de que se realiza alguna operación matemática como, por ejemplo, multiplicar ambos términos de la ecuación de la recta $L_1$ por 2.




### 3.8 Escalas

Una escala es una razón que relaciona la dimensión D de un dibujo (que es una representación de la realidad) con las dimensiones R de la realidad. La escala E se representa como $\frac{D}{R}$ o también como $D:R$.

Ejemplo: la distancia real entre la casa de Juan y la de Pedro es de 400 metros. En el mapa, en cambio, la distancia entre ambas casas es de 4 centímetros. Para determinar la escala del mapa, debemos establecer el cociente entre la dimensión del dibujo y la dimensión real; así:

$$\mathrm{R} = 400 \text{ m} = 40000 \text{ cm}$$

$$\mathrm{D} = 4 \text{ cm}$$

Por tanto, la escala es $E = \frac{D}{R} = \frac{4}{40\,000}$ . Esta escala se puede normalizar, lo que implica hacer operaciones para que el valor 1 aparezca en el numerador. Con ese fin, simplificamos los números o dividimos ambos valores entre 4, de modo que el numerador se transformaría en 1 , así se tendría: $E = \frac{D}{R} = \frac{1}{10\,000}$ . Esto se puede interpretar como que cada centímetro del dibujo representa 10 000 centímetros en la realidad.

Existen tres tipos de escalas para representar los objetos reales:

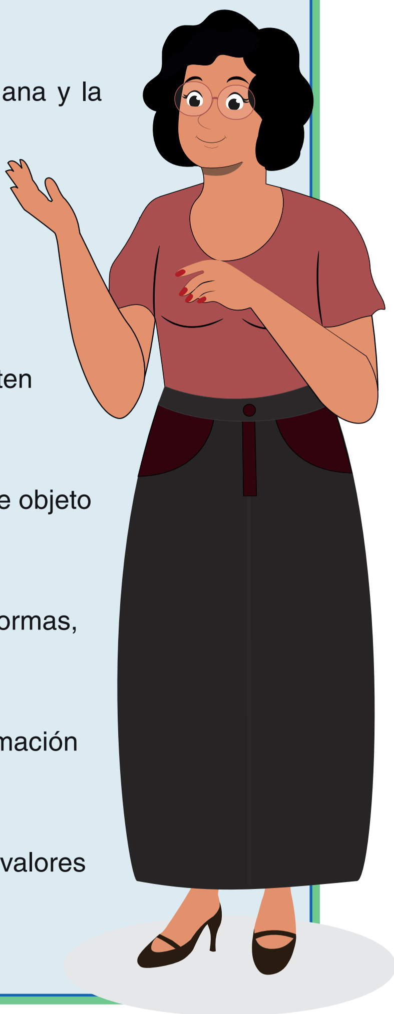
- **Escala de reducción:** si la dimensión en el dibujo es menor que la dimensión en la realidad.
- **Escala de ampliación:** si la dimensión en el dibujo es mayor que la dimensión en la realidad.
- **Escala natural:** cuando la escala 1:1 corresponde a un objeto dibujado en su tamaño real (copia del original).

### 3.8.1 Mapas y planos

Las escalas, por lo general, las encontramos en los planos y mapas. Los planos se realizan con reglas, escuadras o compás, para tener una buena representación del objeto que se tomó como base. Los mapas son representaciones de la superficie terrestre. La diferencia entre ambas es la escala, pues en un mapa la escala es mayor.

**Ideas fuerza**

- Un polígono regular es aquel que tiene todos sus lados y ángulos congruentes.
- Un polígono irregular es aquel que no tiene todos sus lados y ángulos congruentes.
- Las líneas notables en un triángulo son la ceviana, la mediana y la altura.
- Las transformaciones geométricas son operaciones que nos permiten modificar la forma, posición o tamaño de una figura en el plano.
- El área y el perímetro son herramientas que nos permiten determinar las dimensiones de figuras bidimensionales.
- El volumen de un sólido se refiere al espacio ocupado por ese objeto tridimensional.
- La ecuación de la recta puede ser expresada de diferentes formas, dependiendo de la información disponible.
- Las posiciones relativas de las rectas dependen de la información disponible, como las ecuaciones de las rectas o los puntos.
- La escala es entendida como una secuencia ordenada de valores utilizados para medir.



## Aplicación en la práctica

Ahora revisemos nuevamente el caso inicial de este fascículo para analizarlo y reflexionar sobre el mismo:

Un docente ha identificado que sus estudiantes son capaces de realizar teselaciones en un plano con figuras como rectángulos, cuadrados, rombos y romboides. Sin embargo, cuando se les pide que realicen teselaciones con otros cuadriláteros diferentes a los paralelogramos, los estudiantes no logran llevar a cabo lo solicitado.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para que los estudiantes superen esta dificultad?

**a.** Entregar la imagen de una teselación realizada con trapezoides simétricos (cometas) y pedir que reconozcan el tipo de cuadrilátero utilizado.

**b.** Entregar piezas de cartulina en forma de trapecios, todas congruentes, y pedir que realicen traslaciones y giros de modo que les permita realizar teselaciones del plano.

**c.** Entregar bloques lógicos geométricos (triángulos, cuadrados, rectángulos y hexágonos) del mismo tamaño, y pedir que ellos mismos exploren con cuales de estos bloques pueden realizar teselaciones en el plano y con cuáles no.

Fuente: Minedu (s. f.). Evaluaciones Anteriores.
https://acortar.link/CiXBpY

Ahora vamos a analizar el caso y sus alternativas para poder identificar la respuesta correspondiente.

- **En relación con el caso presentado:**

Un docente ha identificado que sus estudiantes son capaces de realizar teselaciones en un plano con figuras como rectángulos, cuadrados, rombos y romboides. Sin embargo, cuando se les pide que realicen teselaciones con otros cuadriláteros diferentes a los paralelogramos, los estudiantes no logran llevar a cabo lo solicitado.

La situación del caso presentado tiene como propósito que los estudiantes realicen la teselación en un plano utilizando diferentes cuadriláteros. Sin embargo, hasta ahora solo han utilizado rectángulos, cuadrados, rombos y romboides. Ante la necesidad de que los estudiantes identifiquen las características y usos de otros cuadriláteros, el docente se ve en la situación de proponer acciones pedagógicas para que los estudiantes amplíen sus conocimientos sobre teselaciones con polígonos que no sean paralelogramos, como los trapecios y trapezoides. Para lograr esto, los estudiantes deben analizar, comprender y aplicar operaciones que les permitan crear una nueva figura que sea homóloga a la figura dada inicialmente. Esto implica utilizar transformaciones geométricas como simetría, traslaciones, rotaciones o reflexiones.

- **En relación con la pregunta o instrucción:**

  *¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para que los estudiantes superen esta dificultad?*

  La pregunta busca identificar la acción pedagógica más apropiada para que los estudiantes superen la dificultad de no poder realizar teselaciones con diferentes cuadriláteros. Dada esta necesidad, la docente propone hasta tres acciones pedagógicas, no solo para lograr que sus estudiantes superen sus dificultades, sino también para ampliar su pensamiento geométrico respecto de otros cuadriláteros, como los trapecios y trapezoides. Debemos tener en cuenta que, al proponer diversas acciones, como crear teselados, el docente busca que sus estudiantes exploren distintos aspectos de la geometría.

- **¿Qué conocimientos debemos aplicar para responder la pregunta?**

  Para identificar la respuesta correcta, debemos aplicar conocimientos sobre: polígonos regulares e irregulares, áreas y perímetros de figuras bidimensionales y transformaciones geométricas, así mismos aplicar nuestros saberes sobre las características del aprendizaje significativo en matemática y la retroalimentación.

- **Retroalimentación de cada una de las alternativas:**

| Alternativas | Retroalimentación |
|---|---|
| **a.** Entregar la imagen de una teselación realizada con trapezoides simétricos (cometas) y pedir que reconozcan el tipo de cuadrilátero utilizado. | **Vuelve a intentarlo.** La acción pedagógica de esta alternativa busca que el estudiante reconozca en un teselado dado una figura, limitándolo a reconocer un solo tipo de cuadrilátero, pero no permite que los estudiantes manipulen, hagan conjeturas y deduzcan por sí mismos que se puede hacer un teselado con cuadriláteros distintos a los paralelogramos. No olvidemos que, en el aprendizaje significativo, se busca promover la construcción activa de conceptos matemáticos a partir del aprendizaje experiencial, por lo que es necesario que los estudiantes pongan en práctica sus nociones de traslación, simetría o rotación de figuras geométricas, en este caso con trapezoides simétricos, a fin de verificar si se pueden o no lograr teselar con ellas. |
| **b.** Entregar piezas de cartulina en forma de trapecios, todas congruentes, y pedir que realicen traslaciones y giros de modo que les permitan realizar la teselación del plano. | **Bien. Es la alternativa correcta.** Esta acción pedagógica permite que los estudiantes manipulen piezas y aprendan haciendo. Los estudiantes, al manipular y teselar el plano, podrán reconocer que haciendo traslaciones en una misma dirección o haciendo girar en relación a un punto los trapecios congruentes, se puede recubrir el plano. |

| Alternativas | Retroalimentación |
|---|---|
| **c.** Entregar bloques lógicos geométricos (triángulos, cuadrados, rectángulos y hexágonos) del mismo tamaño, y pedir que ellos mismos exploren con cuáles de estos bloques pueden realizar teselaciones en el plano y con cuáles no. | **Vuelve a intentarlo.** En esta acción también hay manipulación de los materiales concretos, que permitirá que el estudiante experimente su aprendizaje y construya su conocimiento, teselando con los bloques lógicos. Sin embargo, si solo nos centramos en los cuadriláteros de los bloques lógicos geométricos, podemos ver que son paralelogramos (cuadrados y rectángulos), y no podrían superar el desafío de teselar el plano con cuadriláteros que no sean paralelogramos. |

## ¡Ahora te toca a ti!

Es momento de poner en práctica lo aprendido. Toma en cuenta los conocimientos compartidos y resuelve los siguientes casos de la práctica docente:

### Caso 1

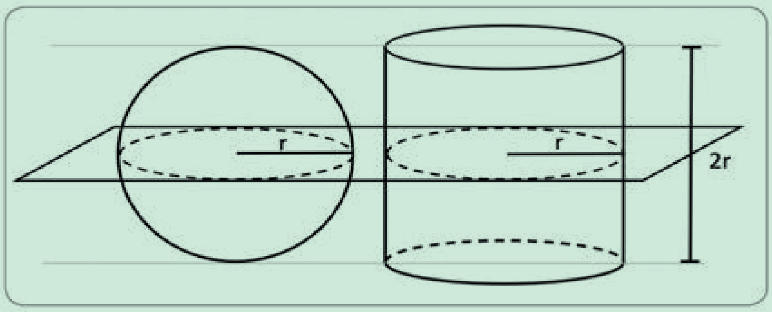
Es momento de poner en práctica lo aprendido. Toma en cuenta los conocimientos compartidos y resuelve los siguientes casos de la práctica docente.

Un docente tiene como propósito que sus estudiantes comprendan cuándo dos sólidos geométricos tienen volúmenes iguales. Para ello, les presenta el siguiente principio:

Si dos o más cuerpos tienen la misma altura y, además, tienen igual área en cualquiera de sus secciones planas tomadas a una misma altura, entonces poseen igual volumen.

Luego, el docente solicita a los estudiantes que, en equipos, grafiquen algunos casos en los que se cumpla tal principio.

Uno de los equipos presentó el siguiente gráfico:




*Los volúmenes de estos sólidos geométricos curvos son iguales*

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

Considerando el error en el que incurrieron al interpretar el principio, ¿por qué los estudiantes de este equipo concluyen que los volúmenes de ambos sólidos son iguales?

**a.** Porque consideran que es suficiente con que, en los sólidos, las áreas de sus regiones circulares, tomadas a una misma altura, al menos en un caso, sean iguales.

**b.** Porque consideran que es suficiente con que los sólidos tengan superficie curva y que las áreas de sus regiones circulares máximas sean iguales.

**c.** Porque consideran que es suficiente con que el plano horizontal que corta a los sólidos transversalmente determine regiones circulares.

Fuente: Minedu (s. f.). Evaluaciones Anteriores.
https://acortar.link/CiXBpY

Ahora vamos a analizar el caso y sus alternativas para poder identificar la respuesta correspondiente.

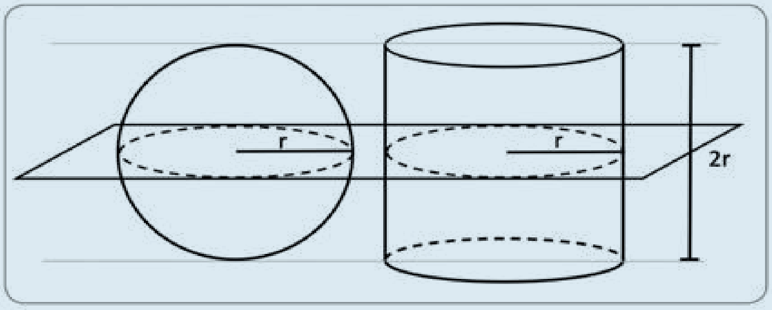
- **En relación con el caso presentado:**

Un docente tiene como propósito que sus estudiantes comprendan cuándo dos sólidos geométricos tienen volúmenes iguales. Para ello, les presenta el siguiente principio:

Si dos o más cuerpos tienen la misma altura y, además, tienen igual área en cualquiera de sus secciones planas tomadas a una misma altura, entonces poseen igual volumen.

Luego, el docente solicita a los estudiantes que, en equipos, grafiquen algunos casos en los que se cumpla tal principio.

Uno de los equipos presentó el siguiente gráfico:




***Los volúmenes de estos sólidos geométricos curvos son iguales***

El docente presenta un principio para que los estudiantes lo apliquen en la comparación del volumen de dos sólidos diferentes. Sin embargo, ellos no presentaron una respuesta correcta, posiblemente debido a que no entendieron con claridad el principio que les indicó el docente. El propósito de esta situación es que los estudiantes interpreten y comprendan el principio de Cavalieri presentado respecto del volumen a dos cuerpos tridimensionales cuando tienen la misma altura y área de la sección transversal, es decir si se tiene dos figuras tridimensionales que tienen la misma altura y en cualquier punto a lo largo de esa altura el área de la sección transversal es la misma, entonces las dos figuras tienen el mismo volumen.

- **En relación con la pregunta o instrucción:**

> *Considerando el error en el que incurrieron al interpretar el principio, ¿por qué los estudiantes de este equipo concluyen que los volúmenes de ambos sólidos son iguales?*

La pregunta busca identificar cuál fue el error en la interpretación del principio que los llevó a responder que los volúmenes de ambos sólidos eran iguales. El principio de Cavalieri establece que si dos cuerpos tienen la misma altura y sus secciones transversales a lo largo de esa altura tienen áreas iguales, entonces esos cuerpos tienen el mismo volumen. Lo que el docente busca es que los estudiantes comprendan que la igualdad de volúmenes de dos cuerpos sólidos de diferentes formas no se debe a que dichos cuerpos sean curvos, sino a que cumplen con dos condiciones básicas, mencionadas en el principio: que tengan una misma altura e igual área en las secciones transversales.

- **¿Qué conocimientos debemos aplicar para responder la pregunta?**

Para identificar la respuesta correcta, tenemos que aplicar conocimientos sobre volumen de sólidos geométricos, interpretación y aplicación del principio de Cavalieri no solo en prismas y cilindros sino también en diferentes cuerpos sólidos del contexto del estudiante, así como nuestros saberes sobre las características del aprendizaje significativo y conflicto cognitivo, para así poder identificar la opción correcta.

- **Marca la alternativa que consideres adecuada:**

| Alternativas |
|---|
| **a.** Porque consideran que es suficiente con que, en los sólidos, las áreas de sus regiones circulares, tomadas a una misma altura, al menos en un caso, sean iguales. |
| **b.** Porque consideran que es suficiente con que los sólidos tengan superficie curva y que las áreas de sus regiones circulares máximas sean iguales. |
| **c.** Porque consideran que es suficiente con que el plano horizontal que corta a los sólidos transversalmente determine regiones circulares. |

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

## Caso 2

Una docente planea evaluar la comprensión de los estudiantes sobre la ecuación de la recta. Para ello, les plantea la siguiente tarea:

A partir de los datos de la tabla, escribe la ecuación de la recta en la forma y =mx+b

| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| y | 4 | 6 | 8 | 10 |

Al monitorear el trabajo de los estudiantes, la docente se percató de que algunos de ellos resolvieron la tarea de la siguiente forma:

$$m = \frac{2-1}{8-6} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + b \;\rightarrow 8 = \frac{1}{2}(2) + b \rightarrow b = 7$$

$$y = \frac{1}{2}x + 7$$

Respecto del error en el cálculo de la pendiente de la recta, ¿cuál de las siguientes acciones es más pertinente para retroalimentar a los estudiantes?

**a)** Solicitarles que representen los puntos de la tabla en un plano de coordenadas y que tracen la recta que pasa por ellos. Luego, preguntarles: "¿Cuántas unidades aumenta en y por cada unidad que aumenta en x?, ¿decir que aumenta 1 unidad en y por cada 2 unidades de x equivale a afirmar que aumenta 2 unidades en y por cada unidad de incremento de x?, ¿cuál de las dos relaciones anteriores corresponde a la pendiente de la recta?"

**b)** Asociar la pendiente con una inclinación y mostrar el dibujo de tres montañas con diferentes tipos de inclinación. Luego, preguntarles: "¿Cuál de las montañas está más inclinada?, ¿cómo lo sabemos? Análogamente, si en un plano de coordenadas graficamos la recta que pasa por los puntos de la tabla, ¿cuánto es la diferencia entre dos valores de x?, ¿cuánta es la diferencia entre dos valores de y?".

**c)** Pedirles que tomen dos puntos de la tabla, por ejemplo, los puntos (0;4) y (1;6), los reemplacen en la fórmula $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ y que calculen su resultado. Luego, preguntarles: "¿Cómo se calcula la pendiente?, ¿Cuál es la diferencia entre su primera respuesta y la de ahora? Con los puntos (2; 8) y (3; 10), ¿cómo se calcularía la pendiente?".

Fuente: Minedu (s. f.). Evaluaciones Anteriores.
https://acortar.link/CiXBpY

Ahora vamos a analizar el caso y sus alternativas para poder identificar la respuesta correspondiente.

- **En relación con el caso presentado:**

Una docente planea evaluar la comprensión de los estudiantes sobre la ecuación de la recta. Para ello, les plantea la siguiente tarea:

A partir de los datos de la tabla, escribe la ecuación de la recta en la forma

y =mx+b

| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| y | 4 | 6 | 8 | 10 |

Al monitorear el trabajo de los estudiantes, la docente se percató de que algunos de ellos resolvieron la tarea de la siguiente forma:

$$m = \frac{2-1}{8-6} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + b \rightarrow 8 = \frac{1}{2}(2) + b \rightarrow b = 7$$

$$y = \frac{1}{2}x + 7$$

La situación en el caso planteado involucra conocimientos sobre pendientes y ecuaciones de rectas. La docente brinda una tabla con los valores de dos variables diferentes con la intención de que los estudiantes determinen la ecuación de una recta que pase por esos puntos. Con ese fin, deben calcular la pendiente con los datos de la tabla de valores. Una vez reemplazada ésta en la fórmula de la pendiente, pondrán en evidencia que han comprendido el tema tratado. Al observar algunos procedimientos incorrectos para el cálculo de la pendiente, la docente buscó la manera de realizar una retroalimentación para que los estudiantes reflexionen, descubran y corrijan su error, de manera que ellos mismos, mediante estrategias heurísticas o representaciones gráficas, puedan comprender la ecuación de la recta.

- **En relación con la pregunta o instrucción:**

*Respecto del error en el cálculo de la pendiente de la recta, ¿cuál de las siguientes acciones es más pertinente para retroalimentar a los estudiantes?*

La pregunta está orientada a identificar cuál sería una retroalimentación apropiada que guíe a los estudiantes a reflexionar sobre la situación y reconozcan por ellos mismos cuál fue su error. Tengamos en cuenta que, en el marco del constructivismo, la docente debe promover el desarrollo dinámico de conceptos matemáticos de modo que los estudiantes exploren y descubran los conceptos a través de la resolución de problemas y la participación en actividades prácticas, en lugar de simplemente recibir enseñanza pasiva de fórmulas y reglas, es decir la retroalimentación debe proporcionar a los estudiantes una comprensión clara de lo que deben hacer. De esta manera, podrán cerrar la brecha entre lo que están haciendo, cómo se están desempeñando y llevando a cabo sus aprendizajes, y las expectativas de logro.

- **¿Qué conocimientos debemos aplicar para responder la pregunta?**

  Para encontrar la respuesta adecuada, necesitamos aplicar conocimientos sobre la ecuación de la recta, así como aplicar saberes sobre las características del aprendizaje significativo y la retroalimentación, lo que nos permitirá identificar la opción correcta.

- **Marca la alternativa que consideres adecuada:**

| Alternativas |
| --- |
| **a.** Solicitarles que representen los puntos de la tabla en un plano de coordenadas y que tracen la recta que pasa por ellos. Luego, preguntarles: “¿Cuántas unidades aumenta en y por cada unidad que aumenta en x?, ¿decir que aumenta 1 unidad en y por cada 2 unidades de x equivale a afirmar que aumenta 2 unidades en y por cada unidad de incremento en x?, ¿cuál de las dos relaciones anteriores corresponde a la pendiente de la recta?”. |
| **b.** Asociar la pendiente con una inclinación y mostrar en dibujo de tres montañas con diferentes tipos de inclinación. Luego, preguntarles: “¿Cuál de las montañas está más inclinada?, ¿cómo lo sabemos? Análogamente, si en un plano de coordenadas graficamos la recta que pasa por los puntos de la tabla, ¿cuánta es la diferencia entre dos valores de x?, ¿cuánta es la diferencia entre dos valores de y?” |
| **c.** Pedirles que tomen dos puntos de la tabla, por ejemplo, los puntos (0;4) y (1;6), los reemplacen en la fórmula $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ y que calculen su resultado. Luego, preguntarles: “¿Cómo se calcula la pendiente?, ¿cuál es la diferencia entre su primera respuesta y la de ahora? Con los puntos (2;8) y (3;10), ¿cómo se calcularía la pendiente?”. |

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

## Referencias

Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica.* http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf

Ministerio de Educación (2018a). Prueba Única Nacional del Concurso de Ascenso de la escala en la Carrera Pública Magisterial 2018.https://evaluaciondocente.perueduca.pe/concursoascenso2018/ascensoinstrumentos/pdfs/ASCENSO/A13-EBRS-31%20VERSION%201/A13-EBRS-31-MATEMATICAS-%20VERSION%201.pdf

Ministerio de Educación (2018b). Prueba Única Nacional del Concurso de Ascenso de la escala en la Carrera Pública Magisterial 2018. https://evaluaciondocente.perueduca.pe/concursoascenso2018/ascensoinstrumentos/pdfs/ASCENSO/A14-EBRS-32%20VERSION%202/A14-EBRS-32-MATEMATICA-%20VERSION%202.pdf

Ministerio de Educación (2019a). Prueba Única Nacional del Concurso de Ascenso de la escala en la Carrera Pública Magisterial 2019. https://evaluaciondocente.perueduca.pe/ascenso2019instrumentos/pdfs_cuadernillos/A13-EBRS-31_EBR%20SECUNDARIA%20MATEMATICA_FORMA%201.pdf

Ministerio de Educación del Perú. (2020). *RVM N.° 094-2020-MINEDU*. https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/662983/RVM_N__094-2020-MINEDU.pdf