Programa de actualización docente en conocimientos **pedagógicos y disciplinares**

Curso virtual

2024

Conocimientos ***pedagógicos y disciplinares para*** la práctica docente

Nivel de Educación Secundaria – Área de Matemática

Unidad 2:
Conocimientos ***pedagógicos y disciplinares del área de Matemática***

Sesión 1:
Desarrollo de la competencia "***Resuelve problemas de cantidad***"

PERÚ Ministerio de Educación | Formación Docente en Servicio

Ponle Punche y ganamos todos Perú

Bicentenario Perú 2024

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

Morgan Niccolo Quero Gaime
Ministro de Educación del Perú

María Esther Cuadros Espinoza
Viceministra de Gestión Pedagógica

Eloy Alfredo Cantoral Licla
Dirección General de Desarrollo Docente

Ismael Enrique Mañuico Ángeles
Dirección de Formación Docente en Servicio

Nombre del material: Conocimientos pedagógicos y disciplinares para la práctica docente
Nivel de Educación Secundaria – Área de Matemática
Año de publicación: 2024

Ministerio de Educación del Perú
Calle del Comercio 193, San Borja
Lima, Perú. Teléfono 615-5800
www.minedu.gob.pe

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

Unidad 2

Conocimientos pedagógicos y disciplinares del área de Matemática

Sesión 1

Desarrollo de la competencia " Resuelve problemas de cantidad"

En esta sesión profundizaremos en la comprensión de aspectos clave de la competencia "Resuelve problemas de cantidad" como la comprensión de conocimientos sobre números enteros y sus operaciones, números racionales y sus operaciones e interés simple y compuesto.

Reflexión de la práctica pedagógica

Partiremos del análisis del siguiente caso:

Un docente tiene como propósito que sus estudiantes resuelvan problemas que implican operaciones con números enteros. Para ello, como una de las actividades propuestas, plantea la siguiente pregunta:

"¿Qué entienden por multiplicación de dos números?".

Una estudiante respondió lo siguiente: "La multiplicación es la operación que consiste en repetir varias veces un número".

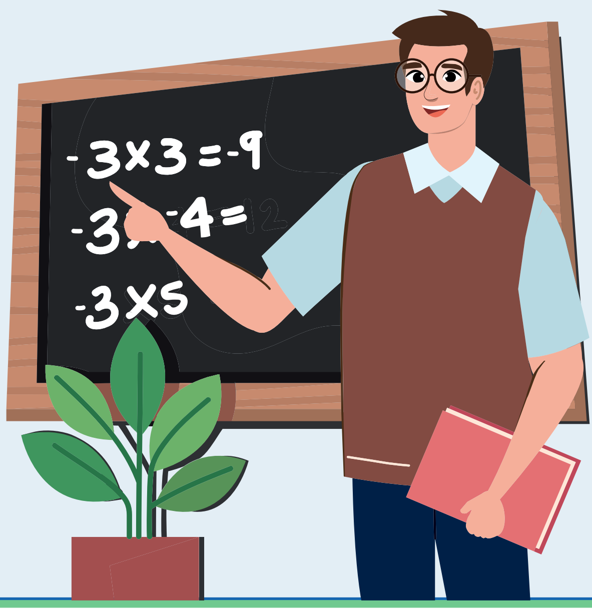
Luego el docente le pregunta: "¿Cómo entiendes la multiplicación de –3 x –4?, ¿cuántas veces se repetirá el número –3 en la multiplicación?

¿Por qué la acción del docente favorece la generación del conflicto cognitivo en la estudiante?

a. Porque cuestiona el significado de la multiplicación que asume la estudiante.

b. Porque promueve la participación de la estudiante en la actividad propuesta.

c. Porque le presenta un concepto nuevo a la estudiante, como la multiplicación de números enteros.



Fuente: Minedu (s. f.). Evaluaciones Anteriores.
https://acortar.link/CiXBpY

Reflexionemos:

- ¿Por qué crees que la estudiante respondió que “la multiplicación es la operación que consiste en repetir varias veces un número”?

- ¿De qué manera la situación del caso planteado favorece el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de cantidad?

Comprensión de conocimientos y saberes

Para resolver este y otros casos, vamos a analizar lo siguiente:

1.1 Números enteros y sus operaciones.

1.2 Números racionales y sus operaciones

1.3 Interés simple y compuesto.

1.1 Números enteros y sus operaciones

El conjunto de los números enteros, Z, es un conjunto que considera a todos los números naturales, los valores negativos de dichos números y el número 0:

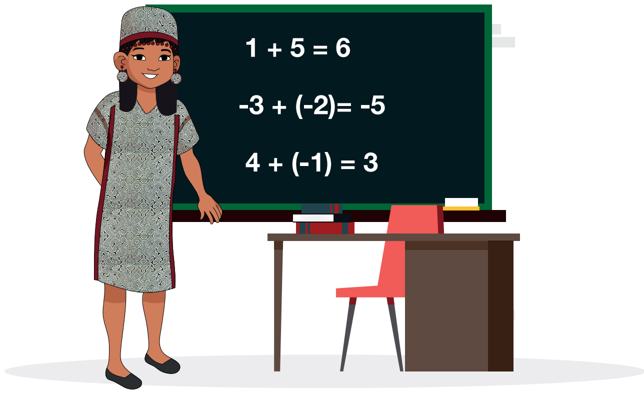
$$Z = \{...; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ...\}$$

También podemos escribir como: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$

Con los números enteros se pueden realizar operaciones como:

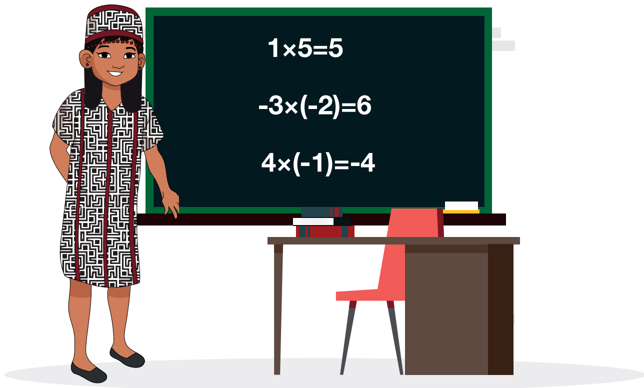
a. Adición: sean $a; b \in Z$; la suma se expresa como $a+b$

Por ejemplo:



b. Multiplicación: sean a; $b \in Z$, el producto se expresa como $a \times b$.

Por ejemplo:



- **Valor absoluto**

  Sea $b \in \mathbb{Z} / b \neq 0$; el valor absoluto de b:

  $|+b| = b$

  $|-b| = b$

- **Opuesto de un número entero**

  El opuesto de un número entero es otro número entero con igual valor absoluto y signo contrario.
  Es decir, es otro número entero que está a la misma distancia del cero, pero al otro lado de la recta numérica.

  Sea $b \in \mathbb{Z}$; entonces:

  El opuesto de b es $-b$

  El opuesto de $-b$ es b

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

1.2 Números racionales y sus operaciones

El conjunto de los números racionales, Q, está compuesto por los números que se pueden representar como un cociente de dos números enteros, siendo el denominador diferente de 0:

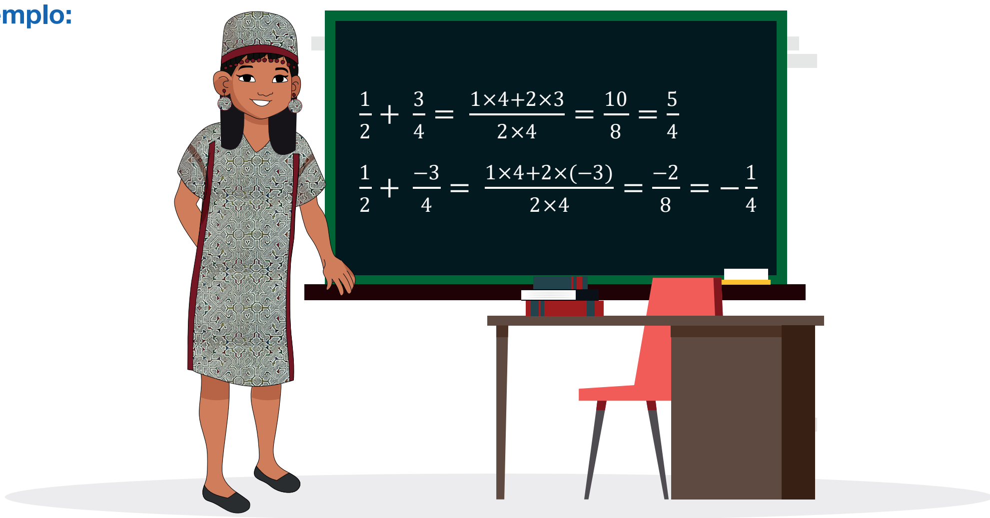
$$Q = \{\frac{a}{b} / \; a; b \in Z, b \neq 0\}$$

Sean $x, y \in Q$, tales que $x = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$ e $y = \frac{c}{d}$; $d \neq 0$. Con estos números se pueden realizar operaciones como:

a) **Adición:** sean $x, y \in Q$, donde la suma se expresa como:

$$x + y = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

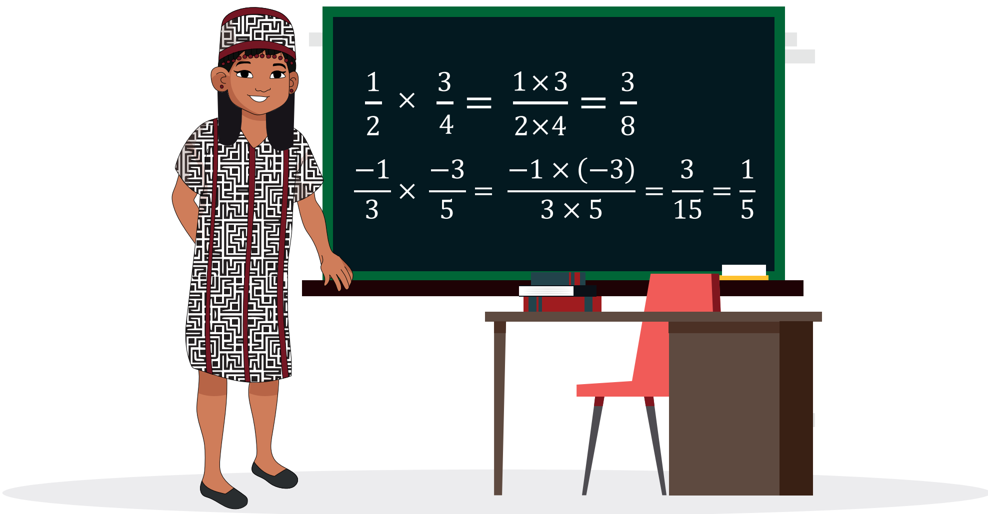
Por ejemplo:



b) **Multiplicación:** sean $x;y \in Q$, donde el producto se expresa como:

$$x \times y = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Por ejemplo:



- **Criterio útil para determinar si dos fracciones son equivalentes o no.**

Sean $n,m,p,q \in \mathbb{Z} / m,q \neq 0$

$$\frac{n}{m} = \frac{p}{q} \; si \; y \; solo \; si \; nq = pm$$

Todo número racional en forma de fracción de enteros puede expresarse en base decimal. Desde el punto de vista numérico, la fracción $\frac{n}{m}$ posee una **expresión decimal**, la cual se obtiene haciendo la división de n entre m Las representaciones decimales de números racionales no enteros son de dos tipos: decimales exactos o decimales periódicos (puros o mixtos).

1.3 Interés simple y compuesto

Cuando realizamos préstamos, cobros o ahorramos, es muy común que estemos familiarizados con el término “interés”. Hay dos tipos de interés: interés simple e interés compuesto.

Para poder diferenciarlos, veamos la siguiente situación:

Supongamos que tenemos 10 000 soles ahorrados y los invertimos a un 10 % de interés anual durante 30 años.

En un **interés simple**, en el primer año recibiríamos 1 000 soles de interés; en el segundo, otros 1 000 soles; en el tercero, otros 1 000 soles, y así sucesivamente. Esto es así porque cada año seguiríamos obteniendo 10 % del capital inicial de 10 000 soles, es decir, el capital se mantendría invariable.

En un **interés compuesto**, el primer año se conseguiría 1 000 soles de interés y este se reinvertiría; es decir, para el segundo año mi nuevo capital inicial sería 11 000 soles; al 10 % de tasa de interés, esto generaría 1 100 soles en el segundo año; y para el tercer año el nuevo capital sería 12 100 soles, y así sucesivamente durante los 30 años.

En los primeros años la diferencia no es muy notable, pero a largo plazo (30 años) el interés generado será evidente. En el caso del interés simple se obtendrá un monto de 40 000 soles (10 000 iniciales y 30 pagos de 1 000 soles cada año), mientras que en el caso del interés compuesto se obtendrá un monto acumulado de 174 494 soles (10 000 soles de inicio y 134 494 soles de intereses).

En síntesis:

El **interés simple** es aquel que no se suma al capital inicial una vez que ha vencido el plazo de la inversión o crédito.

I= C.t.r donde
- I = interés
- C = capital o valor presente
- t = tiempo
- r = tasa de interés anual o crédito

M= C+I donde: M = Monto o valor futuro

El **interés compuesto** es aquel que se suma al capital inicial al término de la inversión o crédito.

$$M = C(1+r)^t \quad \text{donde} \quad \begin{cases} C = \text{capital o valor presente} \\ t = \text{tiempo} \\ r = \text{tasa de interés anual o crédito} \\ M = \text{Monto o capital final} \end{cases}$$

Ideas fuerza

- El conjunto de los números enteros se representa por la letra Z y está compuesto por Z+, 0 y Z-.
- Los números racionales es el conjunto formado por todas las fracciones con numerador y denominador ambos números enteros, y denominador no nulo (es decir, distinto de cero).
- Las operaciones fundamentales de los números enteros y racionales son la adición y la multiplicación.
- El interés compuesto se diferencia del simple por el proceso de capitalización.
- Hay que diferenciar entre tasa de interés y el interés. El interés es el monto específico que se calcula sobre el capital, mientras que la tasa de interés es el porcentaje que se utiliza para determinar ese monto.

Aplicación en la práctica

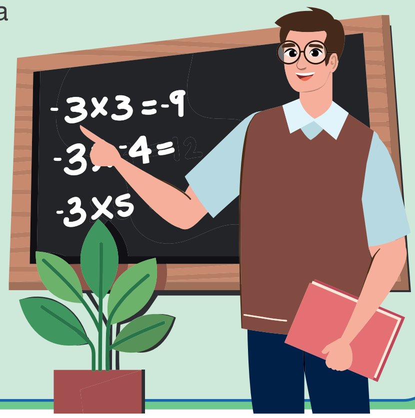
Retomemos el caso inicial de este fascículo para analizarlo y reflexionar sobre el mismo:

Un docente tiene como propósito que sus estudiantes resuelvan problemas que implican operaciones con números enteros. Para ello, como una de las actividades propuestas, plantea la siguiente pregunta:

"¿Qué entienden por multiplicación de dos números?".

Una estudiante respondió lo siguiente: "La multiplicación es la operación que consiste en repetir varias veces un número".

Luego el docente le pregunta: "¿Cómo entiendes la multiplicación de –3 x –4?, ¿cuántas veces se repetirá el número –3 en la multiplicación?



MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

¿Por qué la acción del docente favorece la generación del conflicto cognitivo en la estudiante?

a. Porque cuestiona el significado de la multiplicación que asume la estudiante.

b. Porque promueve la participación de la estudiante en la actividad propuesta.

c. Porque le presenta un concepto nuevo a la estudiante, como la multiplicación de números enteros.

Fuente: Minedu (s. f.). Evaluaciones Anteriores.
https://acortar.link/CiXBpY

Vamos a analizar el caso y sus alternativas para poder identificar la respuesta correspondiente.

- **En relación con el caso presentado:**

Un docente tiene como propósito que sus estudiantes resuelvan problemas que implican operaciones con números enteros. Para ello, como una de las actividades propuestas, plantea la siguiente pregunta:

"¿Qué entienden por multiplicación de dos números?".

Una estudiante respondió lo siguiente: "La multiplicación es la operación que consiste en repetir varias veces un número".

Luego el docente le pregunta: "¿Cómo entiendes la multiplicación de -3×-4?, ¿cuántas veces se repetirá el número -3 en la multiplicación?

La situación del caso planteado se enmarca en un escenario de clase dentro del aula, donde el docente espera que sus estudiantes logren resolver problemas que involucran operaciones con números enteros. Una estrategia para conocer qué conocimientos previos tienen los estudiantes sobre el tema a trabajar consiste en plantear la pregunta: ¿qué entienden por la multiplicación de dos números? Una estudiante brinda una respuesta que es correcta, pero que se limita solo al producto de dos números que pertenecen al conjunto de los números naturales.

Esto motivó al docente a generar un conflicto cognitivo, realizando una pregunta en la que considera números que no son naturales. La acción cuestiona la respuesta del estudiante, teniendo en cuenta que el propósito del docente es que comprendan la multiplicación más allá de los números naturales.

- **En relación con la pregunta o instrucción:**

¿Por qué la acción del docente favorece la generación del conflicto cognitivo en la estudiante?

La pregunta propuesta para la situación planteada busca saber por qué la acción que realiza el docente genera un conflicto cognitivo en la estudiante.

El objetivo es que la estudiante cuestione sus ideas, conceptos, conocimientos y reflexiones sobre la multiplicación de dos números, que hasta ahora se limitaban a los números naturales. A partir de sus conocimientos previos, se espera que la estudiante pueda crear nuevos significados relacionados con la multiplicación de números que no sean naturales, ampliando su conocimiento del conjunto de los números naturales al conjunto de los números enteros.

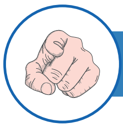
- **¿Qué conocimientos debemos aplicar para responder la pregunta?**

  Son necesarios los conocimientos disciplinares sobre la comprensión de los números enteros y sus operaciones, así como las características de la aplicación del aprendizaje significativo y el conflicto cognitivo en la práctica pedagógica para poder identificar la opción correcta.

- **Retroalimentación de cada una de las alternativas:**

Alternativas	Retroalimentación
a. Porque cuestiona el significado de la multiplicación que asume la estudiante.	**Bien. Es la alternativa correcta.** La justificación dada está orientada al cuestionamiento del significado de multiplicación que tiene la estudiante, que guarda coherencia con los números naturales, pero no al ingresar al campo de los números enteros. Esto provocaría que la estudiante cuestione su concepción sobre la multiplicación de dos números y busque otras alternativas, lo que implica que dicho cuestionamiento a sus saberes, sus ideas, concepciones, conocimientos y reflexiones sea el primer paso hacia la creación de nuevos significados respecto a los números enteros y sus operaciones como la multiplicación, teniendo en cuenta que los números enteros agrupa a los números negativos, al cero y a los propios números naturales como los números positivos
b. Porque promueve la participación de la estudiante en la actividad propuesta.	**Vuelve a intentarlo.** La acción promueve la participación de la estudiante en la actividad propuesta, que es importante porque fomenta la construcción activa de los conceptos matemáticos, pero solo la lleva a cuestionar o reflexionar sobre su respuesta, más no al conflicto cognitivo para seguir construyendo sus aprendizajes.
c. Porque le presenta un concepto nuevo a la estudiante, como la multiplicación de números enteros.	**Vuelve a intentarlo.** La acción está centrada en la presentación de un concepto, más no al conflicto cognitivo para seguir construyendo sus aprendizajes.

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024



¡Ahora te toca a ti!

Es momento de poner en práctica lo aprendido. Toma en cuenta los conocimientos compartidos y resuelve los siguientes casos de la práctica docente:

Caso 1

Veamos el siguiente caso:

Un docente planteó a los estudiantes de segundo grado la siguiente tarea:

Lee el siguiente enunciado:

“a y b son números racionales. Si a es un número positivo y b es un número negativo, entonces a – b es un número positivo”.

Analiza si el enunciado es verdadero o falso, y explica por qué.

Ante la tarea planteada por el docente, la respuesta de un estudiante fue la siguiente:

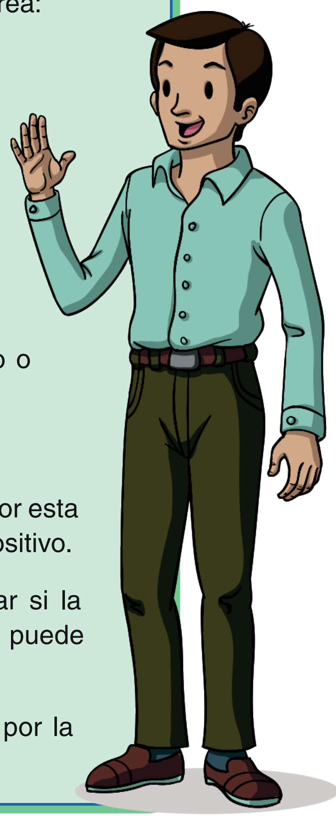
“Es falso porque no se puede saber si (a – b) es un número positivo o negativo; depende de los valores que toma a y b”.

¿Cuál de las siguientes alternativas explicaría el error del estudiante?

a. Asocia las variables a y b únicamente con los números positivos y, por esta razón, no considera que, en este caso, - b representa un número positivo.

b. Desconoce las propiedades de las desigualdades para determinar si la expresión (a – b) es mayor o menor que cero, razón por la cual no puede generalizar.

c. Considera que la sustracción siempre implica disminución, razón por la cual abre la posibilidad de que el resultado sea también negativo.



Fuente: Minedu (s. f.). Evaluaciones Anteriores.
https://acortar.link/CiXBpY

Ahora vamos a analizar el caso y sus alternativas para poder identificar la respuesta correspondiente.

- **En relación con el caso presentado:**

Un docente planteó a los estudiantes de segundo grado la siguiente tarea:

Lea el siguiente enunciado:

“a y b son números racionales. Si a es un número positivo y b es un número negativo, entonces a - b es un número positivo”.

Analiza si el enunciado es verdadero o falso, y explica por qué.

Ante la tarea planteada por el docente, la respuesta de un estudiante fue la siguiente: “Es falso porque no se puede saber si (a – b) es un número positivo o negativo; depende de los valores que toma a y b”.

El caso es una oportunidad para brindar retroalimentación al estudiante respecto a su respuesta. Esta retroalimentación debe buscar que el estudiante desarrolle la competencia Resuelve problemas de cantidad.

En esta situación el estudiante se limita a reconocer a los números como positivos o negativos en función a los signos que se anteponen a dichos números, más no toma en cuenta que los números racionales es la ampliación al conjunto de los números enteros y que estos representan el cociente de dichos números.

- **En relación con la pregunta o instrucción:**

¿Cuál de las siguientes alternativas explicaría el error del estudiante?

La pregunta propuesta buscar identificar cuál es el error que cometió el estudiante, para afirmar que no reconoce sí la diferencia de dos números racionales es un número positivo o negativo. Por eso, debemos preguntarnos qué saberes se ponen en juego para responder a una pregunta que involucra el uso de constantes positivas o negativas en lugar de números. El estudiante se ha limitado a la comprensión de los números naturales o números enteros en relación solo a los signos, más no ha ampliado la concepción a los números racionales y sus operaciones.

- **¿Qué conocimientos debemos aplicar para responder la pregunta?**

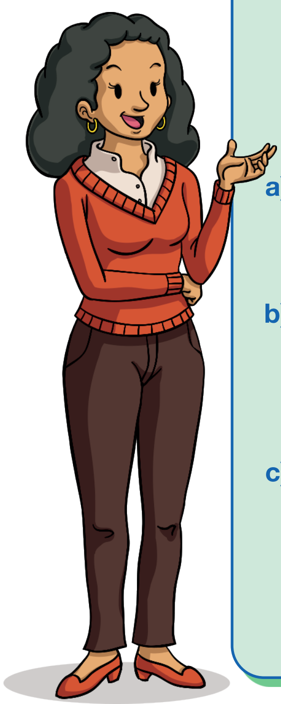
Para identificar la opción correcta debemos tener en cuenta conocimientos disciplinares sobre la comprensión de los números enteros, racionales, sus operaciones, así como la aplicación de las características del aprendizaje significativo en matemática y la retroalimentación.

- **Marca la alternativa que consideres adecuada:**

Alternativas
a. Asocia las variables a y b únicamente con los números positivos y, por esta razón, no considera que, en este caso, -b representa a un número positivo.
b. Desconoce las propiedades de las desigualdades para determinar si la expresión (a-b) es mayor o menor que cero, razón por la cual no puede generalizar.
c. Considera que la sustracción siempre implica disminución, razón por la cual abre la posibilidad de que el resultado sea también negativo.

Caso 2

Lee atentamente el siguiente caso:



Una docente está trabajando con sus estudiantes la representación de fracciones como el cociente de números enteros y les plantea la siguiente pregunta:

"Cuántas fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ hay entre $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$?"

Un estudiante dijo: "Existen muchas fracciones homogéneas, por ejemplo, $\frac{5{,}1}{13}$; $\frac{5{,}2}{13}$; $\frac{5{,}3}{13}$;etc".

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para brindar retroalimentación al estudiante de modo que reflexione sobre su afirmación?

a) Presentar una recta numérica y pedir que ubique en ella las fracciones $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$. Luego, solicitar que ubique, en esta recta, las expresiones $\frac{5{,}1}{13}$; $\frac{5{,}2}{13}$ y $\frac{5{,}3}{13}$ fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$, cuyo numerador sea un número entre 5 y 8.

b) Solicitar que determine la fracción que equivale a 5,1 y preguntar: "Al reemplazar la fracción que equivale a 5,1 en la expresión $\frac{5{,}1}{13}$, ¿qué fracción se obtendrá? ¿Será homogénea a $\frac{1}{13}$?". Luego, pedir que evalúe si las expresiones $\frac{5{,}2}{13}$y $\frac{5{,}3}{13}$son homogéneas a $\frac{1}{13}$.

c) Preguntar a la clase: "¿Qué ejemplos de fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ podrían compartir con su compañero?", de modo que el estudiante anote dichos ejemplos. Luego, solicitarle que seleccione aquellas fracciones que se encuentran entre $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$ y comparta su respuesta con la clase.

Fuente: Minedu (s. f.). Evaluaciones Anteriores.
https://acortar.link/CiXBpY

Ahora vamos a analizar el caso presentado y sus alternativas para poder identificar la respuesta correspondiente.

- **En relación con el caso presentado:**

Una docente está trabajando con sus estudiantes la representación de fracciones como el cociente de números enteros y les plantea la siguiente pregunta:

"Cuántas fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ hay entre $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$?"

Un estudiante dijo: "Existen muchas fracciones homogéneas, por ejemplo, $\frac{5{,}1}{13}$; $\frac{5{,}2}{13}$; $\frac{5{,}3}{13}$; etc".

El caso hace referencia a la retroalimentación que debe hacer una docente respecto a la comprensión de fracciones homogéneas, ante la respuesta errónea expresada por un estudiante respecto la pregunta ¿cuántas fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ hay entre $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$?"

Ante esta situación la docente se da cuenta del error y debe dar una retroalimentación que permita al estudiante reflexionar sobre su afirmación y que se dé cuenta por sí solo que dichas fracciones que dio como ejemplos no sería fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$.

- **En relación con la pregunta o instrucción:**

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para brindar retroalimentación al estudiante de modo que reflexione sobre su afirmación?

La pregunta propuesta busca distinguir qué acción pedagógica sería pertinente para brindarle al estudiante una retroalimentación reflexiva y oportuna sobre su afirmación, con el fin de que pueda reconocer su error y continúe en la construcción de sus aprendizajes.

Debemos preguntarnos si la noción de fracción homogénea es comprendida por los estudiantes y, cómo estas puedan representarse de manera simbólica o gráfica en relación con los números decimales. Esta situación lleva a que se debe profundizar en las diversas representaciones de los números racionales, teniendo en cuenta para el caso que, los números racionales en forma de fracciones de enteros puede expresarse en base decimal.

- **¿Qué conocimientos debemos aplicar para responder la pregunta?**

Debemos aplicar conocimientos relacionados a los números enteros, racionales, nociones sobre el significado y representación de fracciones y, teniendo en cuenta que cada acción pedagógica que realiza la docente para lograr propósitos de aprendizaje debe también considerar aspectos relacionados con la aplicación del aprendizaje significativo y la retroalimentación como parte de su práctica pedagógica.

- **Marca la alternativa que consideres adecuada:**

Alternativas
a. Presentar una recta numérica y pedir que ubique en ella las fracciones $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$. Luego, solicitar que ubique, en esta recta, las expresiones $\frac{5{,}1}{13}$; $\frac{5{,}2}{13}$; $\frac{5{,}3}{13}$ y fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ cuyo numerador sea un número entero entre 5 y 8.
b. Solicitar que determine la fracción que equivale a 5,1 y preguntar: "Al reemplazar la fracción que equivale a 5,1 en la expresión $\frac{5{,}1}{13}$, ¿qué fracción se obtendrá? ¿Será homogénea a $\frac{1}{13}$?". Luego, pedir que evalúe si las expresiones $\frac{5{,}2}{13}$ y $\frac{5{,}3}{13}$ son homogéneas a $\frac{1}{13}$.
c. Preguntar a la clase: "¿Qué ejemplos de fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ podrían compartir con su compañero?", de modo que el estudiante anote dichos ejemplos. Luego, solicitarle que seleccione aquellas fracciones que se encuentran entre $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$; y comparta su respuesta con la clase.

MINEDU - Dirección de Formación Docente en Servicio, 2024

Referencias

Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica.* Minedu. http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf

Ministerio de Educación del Perú. (2018). Prueba Única Nacional del Concurso de Ascenso de la escala en la Carrera Pública Magisterial 2018. Minedu. https://evaluaciondocente.perueduca.pe/concursoascenso2018/ascensoinstrumentos/pdfs/ASCENSO/A13-EBRS-31%20VERSION%201/A13-EBRS-31-MATEMATICAS-%20VERSION%201.pdf

Ministerio de Educación del Perú. (2019a). Prueba Única Nacional del Concurso de Ascenso de la escala en la Carrera Pública Magisterial 2019. Minedu. https://evaluaciondocente.perueduca.pe/ascenso2019instrumentos/pdfs_cuadernillos/A13-EBRS-31_EBR%20SECUNDARIA%20MATEMATICA_FORMA%201.pdf

Ministerio de Educación (2019b). Prueba Única Nacional del Concurso de Nombramiento 2019. Minedu.

Ministerio de Educación del Perú. (2020). *RVM N.° 094-2020-MINEDU.* https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/662983/RVM_N__094-2020-MINEDU.pdf